

# Robustheitsbewertungen des Fahrkomfort- verhaltens an Gesamtfahrzeugmodellen mittels stochastischer Analyse

Dr.-Ing. Johannes Will<sup>1\*</sup>,  
Dipl.-Ing. J.-St. Möller<sup>2</sup>, Dipl.-Ing. E. Bauer<sup>2</sup>

<sup>1</sup> DYNARDO – Dynamic Software and Engineering GmbH, Weimar

<sup>2</sup> DaimlerChrysler AG, Sindelfingen

## Zusammenfassung

Robustheitsbewertungen zur quantitativen und qualitativen Bewertung der Streuungen wichtiger NVH Komfortbewertungsgrößen und damit der Sicherung eines „robusten“ Verhaltens der Fahrzeuge gegenüber unvermeidlichen Streuungen von Strukturgrößen werden zu einem wichtigen Bestandteil der digitalen Fahrzeugentwicklung werden. Praktische Anwendungen zeigen, dass mittels Latin- Hypercube- Samplingverfahren auch größere Parameterräume (> 100 Eingangs-/Antwortvariablen) mit moderatem Rechenaufwand bewertet werden können. Mit einer geeigneten statistischen Bewertung mittels Korrelationsanalyse und Principal Component Analyse können das Übertragungsverhalten der Streuungen in der Struktur untersucht und Instabilitäten sowie dafür verantwortliche streuende Eingangsparameter und deren Verknüpfung zu den Antwortgrößen identifiziert werden. Weiterhin können Robustheitsuntersuchungen zur Reduktion der Problemdimension sowohl der Optimierungs- als auch der Zuverlässigkeitsaufgabenstellung verwendet werden. Vor allem die Anwendung der stochastischen Zuverlässigkeitsanalyse zur Absicherung von Ereignissen mit kleinen Auftretenswahrscheinlichkeiten ist oft nur in kleinen Dimensionen wirtschaftlich möglich. Dann sind Robustheitsbewertungen hierfür eine notwendige Vorbetrachtung zur Reduktion der Parameterräume.

**Keywords:** Robustheitsbewertung, stochastische Analyse

---

\* Kontakt: Dr.-Ing. Johannes Will, DYNARDO – Dynamic Software and Engineering GmbH, Luthergasse 1d, D-99423 Weimar, E-Mail: [johannes.will@dynardo.de](mailto:johannes.will@dynardo.de)

# 1 Einführung

Im digitalen Produktentwicklungsprozess bei der DaimlerChrysler AG wird mit Hilfe von komplexen FE- Gesamtfahrzeugmodellen das NVH- Verhalten eines neuen Fahrzeugs rechnerisch bewertet und optimiert. Hierbei werden sowohl spürbare Schwingungen als auch Schalldruckpegel für den akustischen Komfort berechnet. Eine der Zielsetzungen ist die Reduktion von Maximalwerten in den Frequenzgängen. Bisher kamen hierfür hauptsächlich deterministische Verfahren zum Einsatz.

In der Praxis weichen bei jeder realen Fahrzeugstruktur die Konstruktionsparameter im Bereich zulässiger Grenzen von ihren Nominalwerten ab. Will man ein Fahrzeug robust, d. h. möglichst unempfindlich gegen solche Abweichungen auslegen, muss bei der rechnerischen Fahrzeugauslegung auch der Einfluss der vorhandenen Streuungen berücksichtigt werden. Für eine Quantifizierung der Robustheit ist die Anwendung probabilistischer Berechnungsmethoden zwingend notwendig. Die in der Folge vorgestellten stochastischen Berechnungen stellen Robustheitsbewertungen dar, d. h. ermitteln die Empfindlichkeit der Systemantworten gegenüber unvermeidlichen, in Natura vorhandenen Streuungen von Eingangsgrößen.

Sind die Streuungen der Antwortgrößen infolge vorhandener Streuung der Eingangsparameter hoch, müssen diese Eingangsparameter bei der Optimierung des Komfortverhaltens berücksichtigt werden. Mögliche Maßnahmen wären hier die Reduktion der Streuung der Eingangsgrößen, das Verschieben der Mittelwerte oder die Beeinflussung der Übertragungsmechanismen. Das setzt natürlich das Wissen über die sensiblen Eingangsgrößen, über deren Übertragungsverhalten und über das Maß der Streuung wichtiger Antwortgrößen voraus. Deshalb ist neben der quantitativen Bewertung der Streuung wichtiger Antwortgrößen das Identifizieren der dafür verantwortlichen Eingangsgrößen wichtig. Ausgehend von den Auffälligkeiten der Korrelations- und Variationsstrukturen werden in der Folge die Zusammenhänge im Fahrzeug analysiert. Das Übersetzen der statistischen Auffälligkeiten in nachvollziehbare Vorgänge im Fahrzeugmodell ist dabei eine notwendige Voraussetzung, um die Übertragungswege zu verstehen.

Es sei darauf hingewiesen, dass zunehmendes Virtual Prototyping selbst die Notwendigkeit stochastischer Berechnungen erhöht. Sollen Hardwareversuche durch Simulationen ersetzt werden, müssen die im Hardwareversuch noch vorhandenen Streuungen der Randbedingungen (Lasten, Material, Geometrie u. a.) in der Berechnung berücksichtigt werden. Werden die Berechnungen nur für wenige Konfigurationen möglicher Fahrzeugzustände durchgeführt, können oft keine gesicherten Aussagen über die Robustheit der Systeme getroffen werden. Auch die zunehmende Anwendung der Strukturoptimierung erhöht die Notwendigkeit, die Robustheit von „optimierten“ Designs nachzuweisen. Oft führt eine Optimierung zu immer ausgereizteren Strukturen, die bei nichtlinearem Systemverhalten zu erheblichen Robustheitsproblemen führen können. Dass heißt, schon bei kleiner Variation von Eingangsgrößen können sich nennenswerte Änderungen in den Antwortgrößen ergeben.

## 2 Robustheitsbewertungen

Ziel der Robustheitsbewertung ist es, die Sensitivität von Systemantworten auf streuende Eingangsgrößen zu untersuchen. Zur Bewertung der Robustheit werden sowohl ingenieurmäßige (deterministische) Maße wie das Überschreiten von Grenzwerten oder das Auftreten von Systeminstabilitäten (Beulen, Resonanzerscheinungen u. ä.) als auch statistische Maße wie die Verschiebung von Mittelwerten und nicht zuletzt große Variationskoeffizienten der Systemantworten herangezogen.

Neben der Bewertung einzelner Antwortgrößen können die Verknüpfung von Ursache und Wirkung, das heißt, welche streuenden Eingangsparameter für welche streuenden Antwortgrößen verantwortlich sind, aus den Korrelationsstrukturen bestimmt werden.

Zusätzlich zu den klassischen Sensitivitätsuntersuchungen, die mittels einer Berechnung extremer Parameterkombinationen, analytischer Ableitungen oder Design of Experiments (DOE) die Änderung von Systemantworten bezüglich der Änderung von Eingangsgrößen untersuchen, legt die Robustheitsbewertung sozusagen einen Wahrscheinlichkeitsfilter über den Sensitivitätsraum, der die Auftretenswahrscheinlichkeit der Parameterkombinationen berücksichtigt. Häufige Ereignisse werden damit höher gewichtet, unmögliche Ereignisse oder extrem seltene Ereignisse mit einer sehr kleinen Auftretenswahrscheinlichkeit werden nicht betrachtet. Zur Sicherung der Aussagekraft der Robustheitsbewertung für seltene Ereignisse sind dann gegebenenfalls sehr viele Stichproben notwendig bzw. es sollten Verfahren der Zuverlässigkeitsanalyse [2] angewendet werden.

Oft stehen deshalb Robustheitsuntersuchungen am Anfang weiterer stochastischer Berechnungen. Sind die wichtigsten stochastischen Variablen mittels Robustheitsbewertungen identifiziert, können mit nur wenigen wichtigen streuenden Parametern Berechnungen von Auftretenswahrscheinlichkeiten (Versagen, Überschreitungen) mittels stochastischer Zuverlässigkeitsanalyse ([2] / FORM/SORM, Importance Sampling, Directional Sampling) durchgeführt werden

### 2.1 Stochastische Samplingverfahren

Grundlage einer Robustheitsbewertung ist ein statistisch aussagefähiger Satz möglicher Realisierungen (Stichproben/Sampleset). Verfahren der stochastischen Analyse zur Erzeugung des Samplesets beruhen auf Varianten der Monte-Carlo - Simulation. Besonders einfach zu realisieren ist das sogenannte „Plain-Monte-Carlo - Verfahren“, bei dem die Zufallszahlen nach einer gegebenen Verteilungsfunktion weitgehend unsystematisch mittels Zufallszahlengenerator erzeugt werden. Dieses Verfahren liefert allerdings bei geringen Stichproben relativ hohe statistische Unsicherheiten und benötigt in großen Parameterräumen extrem viele Stichproben, um zuverlässige Aussagen zu liefern. Speziell für die Robustheitsbewertung bietet sich die Variante des sogenannten Latin- Hypercube- Samplings an. Dieses Verfahren erzeugt die Stichproben systematisch so, dass die Variationsbreiten möglichst optimal eingehalten werden und gleichzeitig unerwünschte Korrelationen zwischen Eingangsgrößen eliminiert werden können. Der Vorteil ist eine geringere statistische Streuung der erhaltenen Ergebnisse. Selbstverständ-

lich ist bei numerisch aufwendigen Problemstellungen darauf zu achten, dass die Rechenzeiten in realisierbaren Grenzen bleiben. So können durch Anwendung von Latin- Hypercube- Sampling im Vergleich zu Plain- Monte- Carlo eine signifikante Anzahl von Rechenläufen eingespart werden.

## 2.2 Empfohlene Stichprobenanzahl

Für eine statistische Bewertung der Einzelgrößen (Mittelwert, Histogramm, Variationskoeffizient) wird unabhängig von der Anzahl der Variablen eine Mindestanzahl von 10 empfohlen.

Für eine statistische Absicherung der linearen Korrelationsstruktur ist im ungünstigsten Fall eine Stichprobe pro Matrixelement der Dreiecksmatrix notwendig. Bei gutartigen Problemen kann die Korrelationsstruktur unter Verwendung von Latin-Hypercube- Verfahren gegenüber „normalen“, nicht seltenen Ereignissen mit einer Stichprobenanzahl von  $2 \cdot (\text{Eingangsvariablen} + \text{Antwortgrößen})$  in guter Näherung ermittelt werden. Deshalb werden in den folgenden Beispielen ausschließlich Latin- Hypercube - Samplings verwendet.

Für eine Reduktion des notwendigen CPU-Aufwandes bei der Durchrechnung der Stichproben werden gelegentlich Robustheitsbewertungen unter Verwendung von Response- Surface - Approximationen vorgeschlagen. Dann werden die Stichproben nicht mehr im Originalraum, sondern wesentlich schneller im Approximationsraum (RS-Approximation) berechnet. Die Verwendung von Response- Surface- Approximationen für Robustheitsuntersuchungen ist bezüglich der Eignung/Qualität der Response- Surfaces für eine geeignete Abbildung von Robustheitsproblemen als problematisch einzuschätzen. Es kann davon ausgegangen werden, dass gerade nichtlineare Effekte, welche zu Robustheitsproblemen führen hiermit oft nur unzureichend abgebildet werden. Deshalb wird die Verwendung von globalen Response- Surface- Approximationen für nichtlineare Problemstellungen nicht empfohlen.

## 2.3 Beschreibung der Streuungen der Eingangsvariablen

Neben einem geeigneten Samplingverfahren müssen die Charakteristika wichtiger streuender Parameter mittels Verteilungsfunktionen in ausreichender Qualität beschrieben werden. Typische Verteilungsfunktionen sind z.B. Normalverteilung, Lognormalverteilung, Weibullverteilung, Gleichverteilung oder diskrete Verteilung. Die Definition realistischer Verteilungsfunktionen aller wichtiger Parameter ist dabei eine natürliche Voraussetzung der Vertrauenswürdigkeit der Ergebnisse von Robustheitsbewertungen.

Für praktische Anwendungen stellt die Selektion der Parameter und die Definition der Verteilungsfunktionen ein ernst zu nehmendes Hindernis dar.

Die Selektion der wichtigen Parameter ist ein Hauptanliegen von Robustheitsbewertungen. Hier ist zu empfehlen, nicht frühzeitig den Variablen- und Antwortraum einzuschränken, sondern möglichst vorhandene CPU-Reserven auszureizen und eher ein paar Variablen, Lastfälle oder Antwortgrößen zu viel als zu wenig in die Robustheitsbewertungen einzubeziehen.

Zur Approximation von Verteilungsfunktionen reicht es oft schon aus, vorhandenes Wissen über mögliche Streuungen in geeignete Verteilungsfunktionen „zu übersetzen“. Sind Mittelwerte und maximale erwartete Streuungen bekannt, können z. B. abgeschnittene Normalverteilungen approximiert werden. Dann werden die maximalen erwarteten Streuungen einer Auftretenswahrscheinlichkeit (z. B. Sigma- Werte) zugeordnet.

Dabei wird in der Normalverteilung angenommen, dass die

1-Sigma-Werte von 68.3 % aller Stichproben

2-Sigma-Werte von 95.4 % aller Stichproben (entspricht ungefähr dem 5 % Fraktilwert)

3-Sigma-Werte von 99.73 % aller Stichproben

nicht überschritten werden.

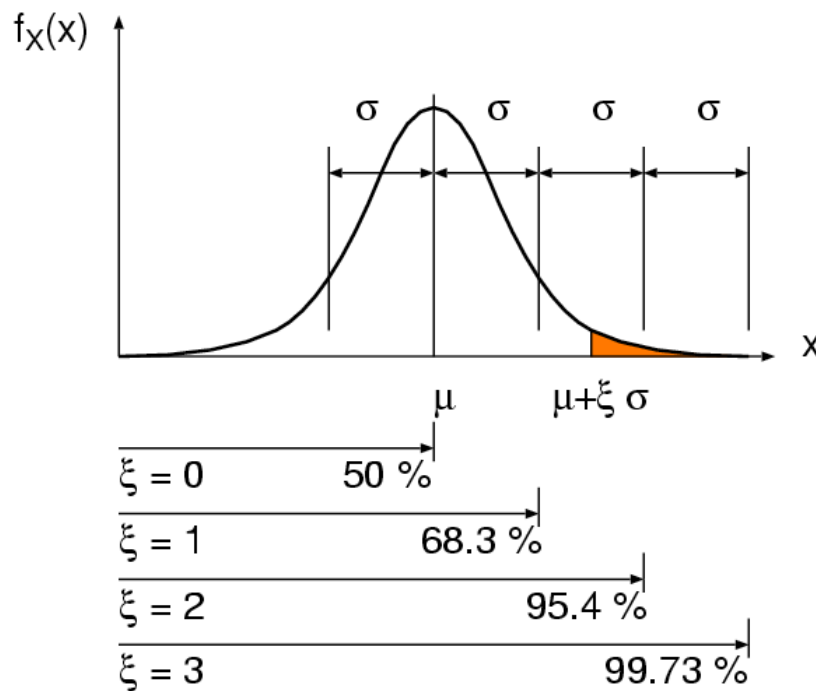


Abb. 1: Normalverteilung mit Sigma-Werten

Dann können die Variationskoeffizienten aus der Division von Standardabweichung durch Mittelwert approximiert werden. Z. B. 20 % Streuung bei einer Wahrscheinlichkeit von 2-Sigma ergibt einen Variationskoeffizient von  $0.2/2 = 0.10$ . Zusätzlich werden i. d. R. die Gauß-Verteilungen bei den Sigma-Werten der maximalen erwarteten Streuungen abgeschnitten. Dadurch ergeben die resultierenden Histogramme der Eingangsvariablen etwas kleinere Variationskoeffizienten. Natürlich sollten derart approximierte Verteilungsfunktionen für die wichtigsten streuenden Variablen in der Folge verifiziert werden.

## 2.4 Statistische Bewertung

Die Stichproben werden mittels statistischer Verfahren auf Korrelations- und Variationseigenschaften sowie auf Auffälligkeiten bezüglich der Sensivität und Stabilität der Systemantwort gegenüber den Streuungen von Eingangsparametern untersucht.

### 2.4.1 Statistische Maße einzelner Eingangs- und Antwortgrößen

In der Regel werden die Histogramme, die Mittelwerte und die Variationskoeffizienten der Eingangs- und Antwortgrößen berechnet. Die Bewertung der Eingangsgrößen dient zur statistischen Absicherung der gezogenen Stichproben. Die Verteilungen sollten mit den Sollverteilungen verglichen werden. Die Bewertung von Mittelwert und Variationskoeffizient der Antwortgrößen erlaubt eine Beurteilung der Sensitivität der Systemreaktion. Dabei zeigen die Variationskoeffizienten das Maß der Streuung an. Auffällig sind Variationskoeffizienten, die wesentlich größer sind als die Variationskoeffizienten der mit ihnen verknüpften Eingangsgrößen. Dann kann davon ausgegangen werden, dass die Übertragungsmechanismen im System die Streuungen von Eingangsvariablen in den Antwortgrößen verstärken. Für viele Ingenieuraufgabenstellungen werden eher dissipative Systeme angestrebt, in denen die Variationskoeffizienten der Antwortgrößen kleiner als die Variationskoeffizienten der Eingangsgrößen sind. Die Histogramme der einzelnen Antwortgrößen sollten bezüglich Clusterbildungen oder Verzweigungen, die auf Systeminstabilitäten hindeuten, untersucht werden.

Neben der Bewertung einzelner streuender Antwortgrößen können aus den Korrelationsstrukturen die wichtigen Verknüpfungen von Eingangs- und Antwortgrößen ermittelt werden.

### 2.4.2 Korrelationsstrukturen

#### Korrelationsstruktur von Parameterpaaren

Zweckmäßig ist es, lineare Korrelationskoeffizienten zwischen den Eingangs- und Antwortvariablen in einer Matrix der linearen Korrelation darzustellen. Daraus kann auf einen möglichen linearen Zusammenhang zwischen den Variablen geschlossen werden. Dabei zeigen die Korrelationskoeffizienten das auf Werte zwischen +1 bis -1 normierte Maß der Verknüpfung bzw. die Abhängigkeit von zwei Variablen an.

Parameterkombinationen mit Korrelationskoeffizienten  $\geq 0.90$  zeigen nahezu lineare Korrelationen zwischen der Eingangs- und Antwortgröße an. Parameterkombinationen mit Korrelationskoeffizienten  $\geq 0.70$  werden i. d. R. als auffällig bezeichnet. Es wird empfohlen, auch Parameterkombinationen bis  $\geq 0.50$  auf Auffälligkeiten zu untersuchen. Häufig ist zu beobachten, dass nur eine kleine Anzahl von Eingangsvariablen eine nennenswerte ( $\geq 0.50$ ) Korrelation zu den Antwortgrößen besitzen. Diese Eingangsvariablen haben i. d. R. zu mehreren Antwortvariablen auffällige Korrelationen und sind als Bänder in der Korrelationsmatrix wiederzufinden.

Jedem Matrixfeld sind paarweise Anthill-Plots zugeordnet. Dabei werden im zweidimensionalen Parameterraum alle Realisierungen eines Samplesets dargestellt, welche in unkorrelierten Fällen Ameisenhaufen (Anthill) ähneln. Anthill-Plots ermöglichen die visuelle Beurteilung der Korrelation. In den Anthill-Plots können darüber hinaus Häufungen (Clusterungen) oder nichtlineare Zusammenhänge zwischen der Variation von Eingangsgrößen und Antwortgrößen, deren Ursache z.B. Resonanzen sein können, identifiziert werden.

### **Korrelationsstruktur von Parametergruppen**

Während lineare Korrelationsstrukturen den expliziten Zusammenhang zwischen der Variation von zwei Variablen anzeigen, werden mit der sogenannten Principal Component Analyse (PCA) der linearen Korrelationsmatrix höherdimensionale Korrelationen, die Auffälligkeiten von Korrelationen einer Gruppe von Eingangsvariablen zu einer Gruppe von Antwortvariablen untersucht. Eine Eigenwertzerlegung der linearen Korrelationsstruktur ergibt dabei die dominierenden Korrelationsmodi. Vergleichbar mit einer modalen Eigenwertanalyse, wo die ersten Eigenwerte das globale dynamische Strukturverhalten dominieren, dominieren die ersten Korrelationsmoden das globale hochdimensionale Korrelationsverhalten. Deshalb werden i. d. R. nur die ersten Principal Components auf Auffälligkeiten untersucht. Zweckmäßigerweise werden die Principal Components normiert und sortiert und in Matrixform als dyadisches Produkt dargestellt. Die Matrixdarstellungen der Principal Components zeigen dann die Beiträge von Variablengruppen zur Streuung des gesamten Eingangs-/Output-Datensatzes und deren dabei auftretende lineare Abhängigkeiten an. Es werden dabei sozusagen die Abhängigkeiten in den hochdimensionalen Räumen auf kleine, überschaubare Dimensionen (Variablengruppen) projiziert.

## **3 Anwendungsbeispiele**

An einem typischen FE-Gesamtfahrzeugmodell eines Pkw's wird exemplarisch gezeigt, wie der Einfluss der Streuungen von Eingangsgrößen auf wichtige Antwortgrößen mittels stochastischer Analyse erfasst und mittels statistischer Verfahren bewertet werden kann.

Dabei werden hauptsächlich die Korrelationsstrukturen (welche streuenden Eingangsgrößen sind für welche Streuung in den Antworten verantwortlich), die Variation der Ergebnisgrößen (wie stark streuen die Antwortgrößen) sowie Nichtlinearitäten in den Anthill-Plots (nichtlineares Übertragungsverhalten zwischen Antworten und Eingangsgrößen) ausgewertet.

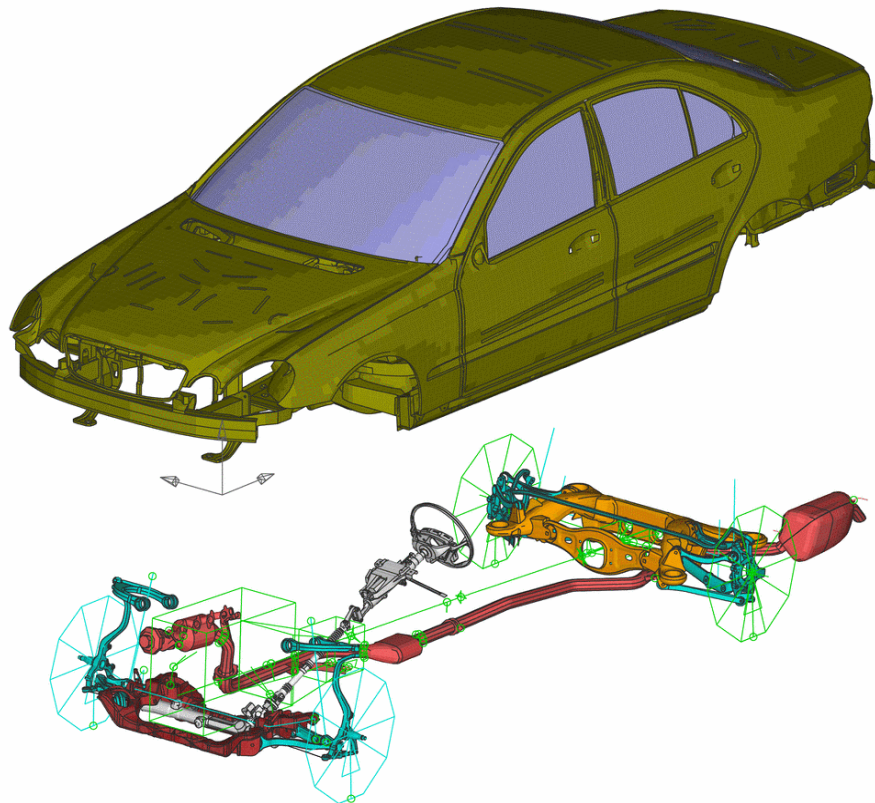


Abb. 2: FE- Fahrzeugmodell (Explosionsdarstellung)

Die Streuungen von ausgewählten Eingangsvariablen werden aus maximalen prozentualen Abweichungen, die einem Sigma- Wert einer Normalverteilung zugeordnet sind, folgendermaßen bewusst konservativ abgeschätzt:

- bei skalaren Steifigkeiten 30 % Streuung um den Mittelwert als 2-Sigma-Wert
- bei skalaren Dämpfungsparametern 20 % Streuung um den Mittelwert als 2-Sigma-Wert
- bei Blechstärken 6 % Streuung um den Mittelwert als 2-Sigma-Wert.

### **3.1 Robustheitsuntersuchung von Lager- und Reifenkennwerten im Fahrwerk gegenüber spürbaren Schwingungen**

Es werden Robustheitsbewertungen für 96 streuende Kennwerte für Fahrwerkslager, Reifen und Dämpfer bezüglich der Maximalwerte ausgewählter Frequenzbändern für die wichtigen Komfortpunkte Fahrersitz und Lenkrad durchgeführt (insgesamt 54 Antwortgrößen). Dabei werden die Lastfälle Radunwucht, Stuckern und Motornulllast bewertet. Berechnet werden insgesamt 377 Stichproben.



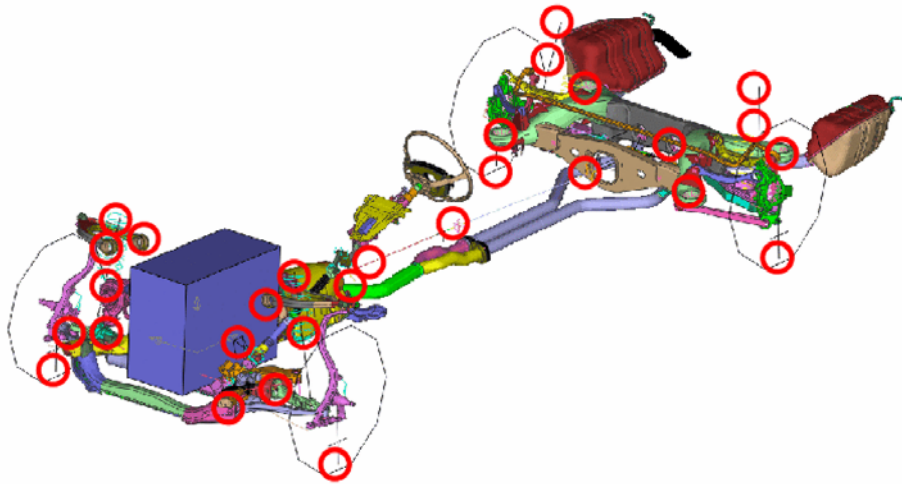


Abb. 3: variierte Kennwerte im Fahrwerk

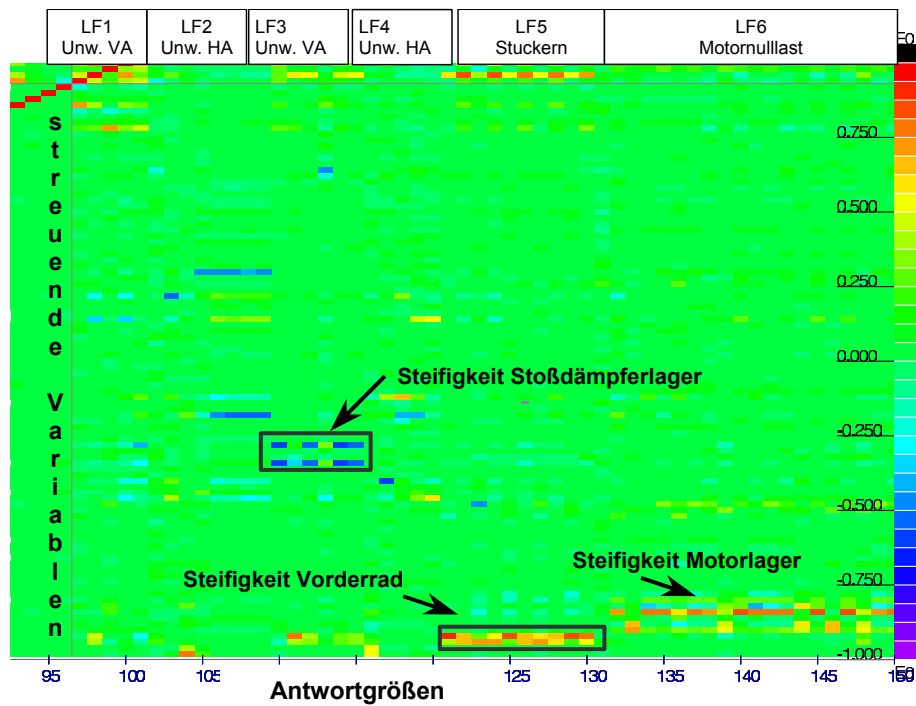


Abb. 4: Lineare Korrelationsmatrix

In der linearen Korrelationsstruktur können überhaupt nur 12 auffällige Eingangsgrößen beobachtet werden (Abb. 4). Die auffälligsten Korrelationen existieren zu den Steifigkeiten der Vorderräder im Lastfall Stuckern sowie zu der Steifigkeit des Motorlagers im Lastfall Motornulllast. Diese beiden Variablen haben den größten Einfluss auf die Streuungen in den entsprechenden Lastfällen.

Die Ergebnisse stehen im Einklang mit den bisherigen Erfahrungen. Durch die Untersuchung werden die Zusammenhänge aber auch quantitativ aufgezeigt.

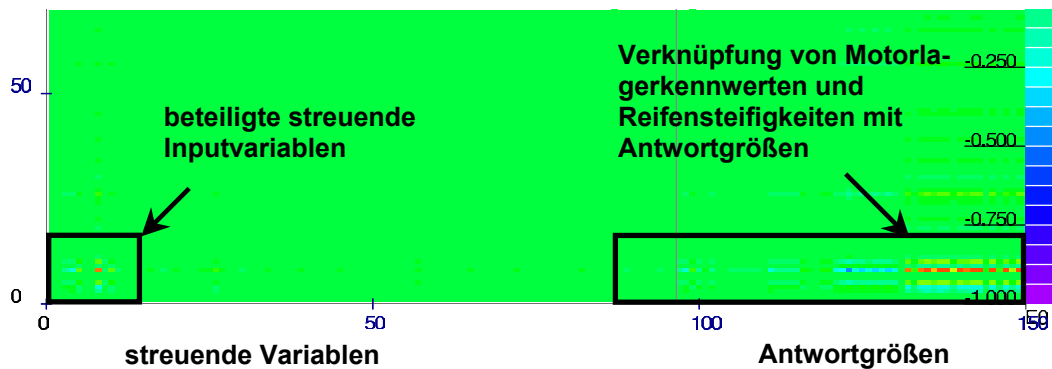


Abb. 5: Erste PCA

Der Mehrwert der ersten PCA (Abb. 5) gegenüber der Auswertung der linearen Korrelationsstruktur ist die Verknüpfung des Steifigkeitsverlaufs des Motorlagers und der Vorderradsteifigkeit mit den Streuungen im Lastfall Motornulllast. Nur bei wenigen Antwortgrößen zeigen die Korrelationskoeffizienten bezüglich der Streuungen leichte Verstärkungseffekte an. Das heißt, das Fahrwerk wirkt überwiegend dämpfend bezüglich des Übertragungsverhaltens von Streuungen von Lagerkennwerten auf die daraus resultierenden Streuungen der Antwortgrößen.

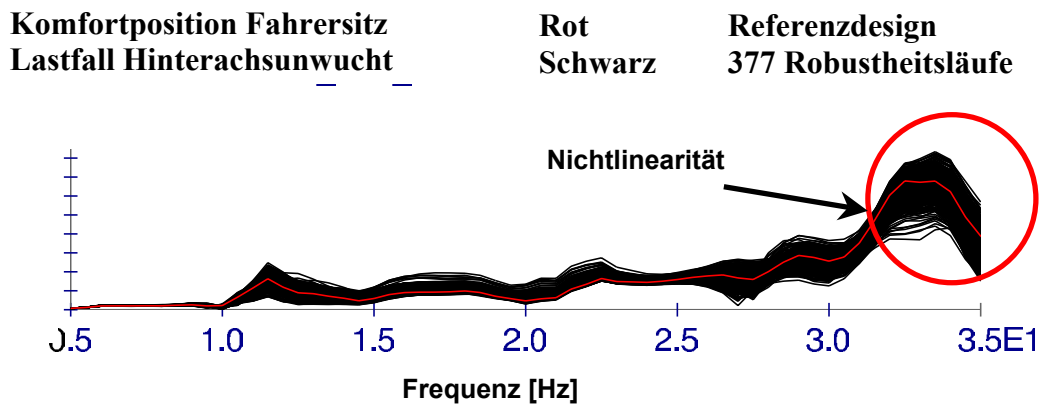


Abb. 6: Visualisierung der Streuung der Beschleunigungen

Im Lastfall Unwucht Hinterachse kann eine Nichtlinearität (nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Variation einer Eingangsgröße und einer Antwortgröße) beobachtet werden. Würde die Stoßdämpferlagersteifigkeit in Realität unter einen bestimmten Wert absinken, träten deutliche Erhöhungen der Antwortgrößen auf. Diese Nichtlinearitäten können sowohl im Anthill-Plot (Abb. 7) als auch im Kurvenverlauf aller Designs des Komfortpunkts identifiziert werden (Abb. 6). Als physikalischer Hintergrund konnte ein Resonanzeffekt einer Fahrzeugschwingung identifiziert werden. Trotz dieser Nichtlinearität sind die Streuungen in den betref-

fenden Antwortgrößen moderat (Variationskoeffizient der Antwortgrößen erhöht sich nicht gegenüber dem Variationskoeffizienten des Stoßdämpferlagers) und die Maximalwerte liegen unterhalb unerwünschter Amplituden. In Auswertung der Korrelations- und Variationsstrukturen konnten damit drei wichtige Eingangsvariablen identifiziert werden.

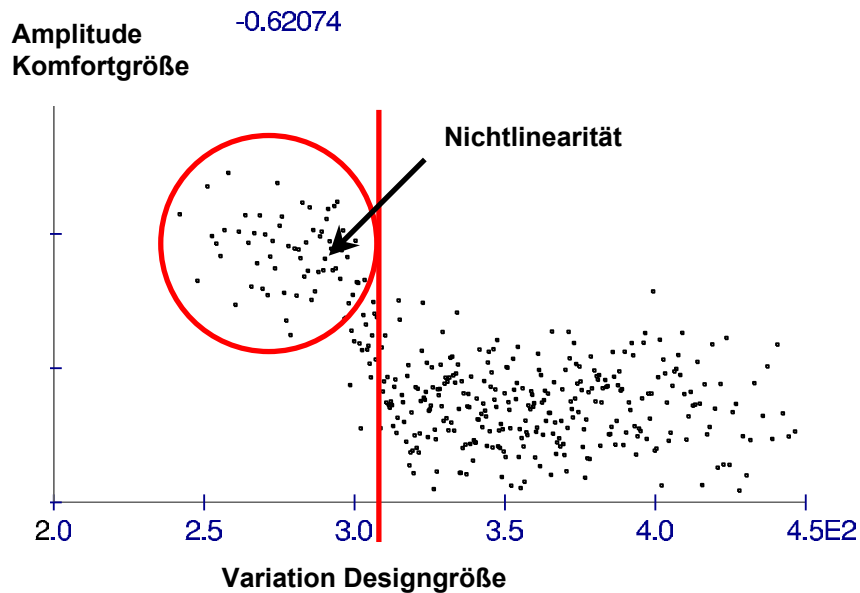


Abb. 7: Anthill- Plot Stoßdämpferlagersteifigkeit und Antwortgröße  
 \* rho = Korrelationskoeffizient zwischen den beiden Variablen

### 3.2 Robustheitsuntersuchung von Lagersteifigkeiten im Fahrwerk gegenüber Schalldruckpegeln

Es werden Robustheitsbewertungen für 76 streuende Lagersteifigkeiten bezüglich der Schalldruckpegel an vier verschiedenen Innenraumpositionen durchgeführt (insgesamt 40 Antwortgrößen) Dabei werden zwei Motoranregungen untersucht. Berechnet werden insgesamt 199 Stichproben.

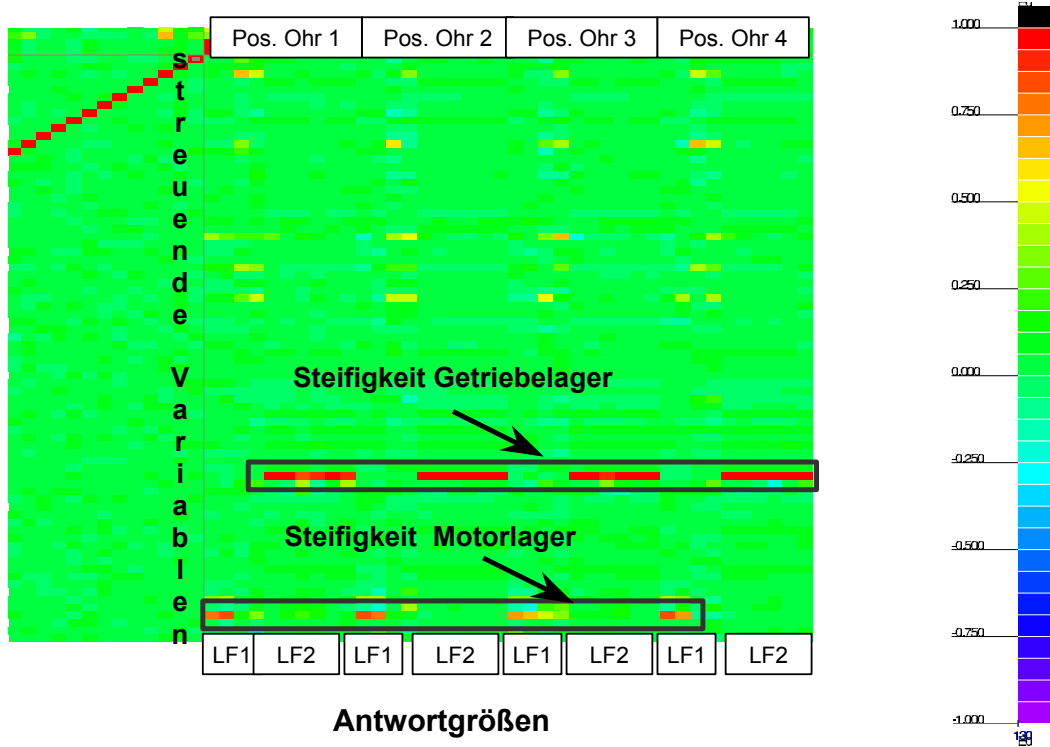


Abb. 8: Lineare Korrelationsmatrix

Die sich ergebenden Korrelations- oder Variationsstrukturen werden erwartungsgemäß vor allem durch die Steifigkeiten von Motor- und Getriebelager bestimmt (Abb. 8). Die Korrelationskoeffizienten der Antwortgrößen zum Getriebelager im ersten Lastfall sind alle nahe 1.0 und zeigen den linearen Zusammenhang der Streuungen aller Ausgangsgrößen zur Streuung des Getriebelagers an (Abb. 9).

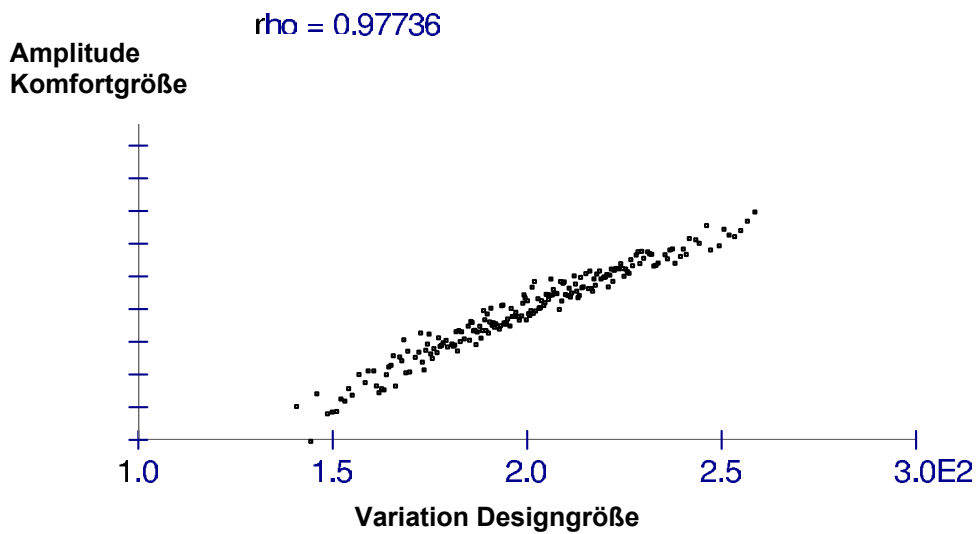


Abb. 9 Anthill- Plot zwischen Getriebelagersteifigkeit und Antwortgröße

Die Korrelationskoeffizienten der Antwortgrößen zur Motorlagersteifigkeit im zweiten Lastfall liegen zwischen 0.6 und 0.9 (Abb. 10) und zeigen, dass neben dem Zusammenhang der Streuungen aller Antwortgrößen zur Motorlagersteifigkeit weitere Eingangsgrößen Einfluss auf die Streuungen der Antwortgrößen haben.

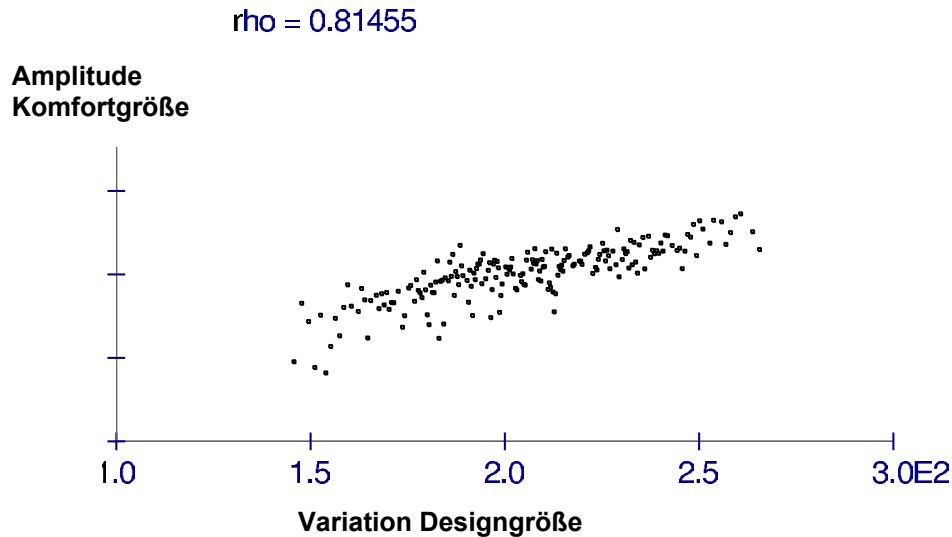


Abb. 10: Anthill-Plot zwischen Motorlagersteifigkeit und Antwortgröße

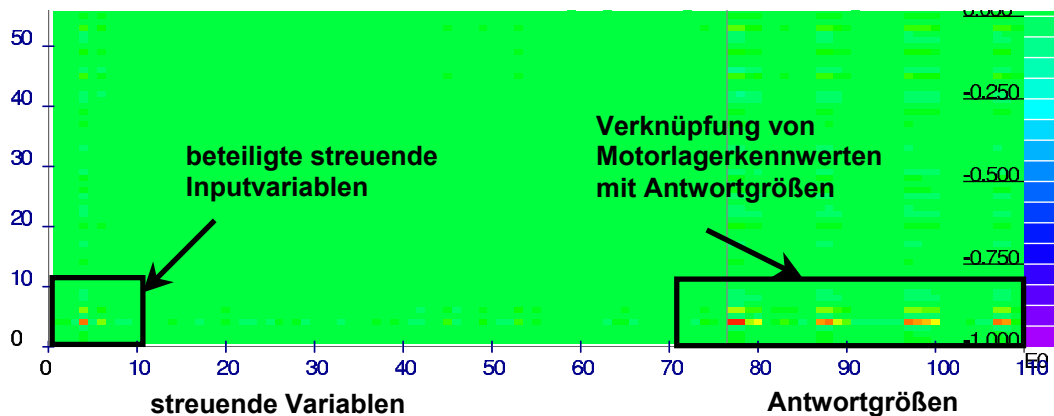


Abb. 11: Zweite PCA

Die erste PCA bestätigt die Dominanz des Getriebelagers für den einen Lastfall, die zweite PCA (Abb. 11) zeigt, dass im anderen Lastfall der Steifigkeitsverlauf des Motorlagers dominiert.

Insgesamt ist die Streuung der Schalldruckpegel moderat und unterhalb unerwünschter Amplituden (Abb. 12). In Auswertung der Korrelations- und Variationsstrukturen konnten die zwei dominierenden Eingangsvariablen sicher identifiziert werden. Damit können diese zwei Lastfälle über die Streuung/Variation dieser wenigen Kennwerte deutlich beeinflusst werden.

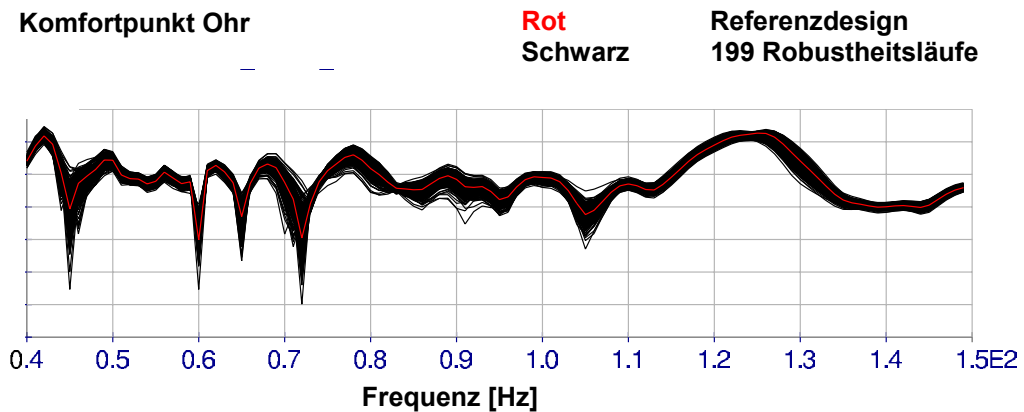


Abb. 12: Visualisierung der Streuung des Schalldruckpegels

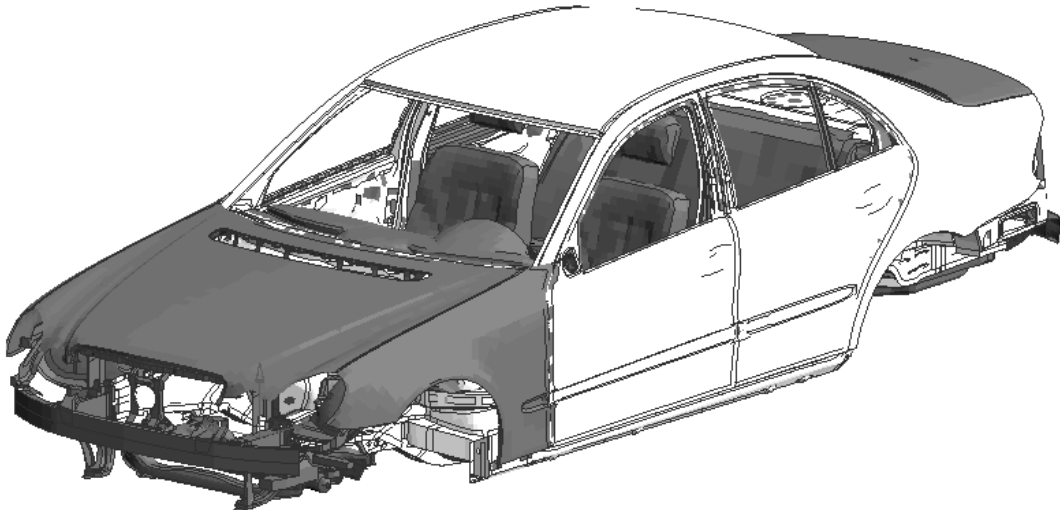


Abb. 13: Karosserie (Bleche mit variierten Dicken hell eingefärbt)

### 3.3 Robustheitsuntersuchung von Blechstärken der Karosserie gegenüber Schalldruckpegeln

Es werden Robustheitsbewertungen für 265 ausgewählte streuende Blechstärken im Kraftübertragungsweg bei Motoranregung in den Innenraum bezüglich der Schalldruckpegel an vier verschiedenen Innenraumpositionen durchgeführt (insgesamt 48 Antwortgrößen). Dabei werden wiederum die zwei Motoranregungen des vorangegangenen Beispiels untersucht. Insgesamt werden 483 Stichproben berechnet.

Die maximalen Streuungen der Schalldruckpegel sind in ähnlicher Größenordnung wie bei der Robustheitsbewertung der Lagerkennwerte. Dies zeigt, dass auch der Einfluss der Blechstärkenstreuung zu berücksichtigen ist.

Es konnte nicht wie in den vorherigen Beispielen die Dominanz einzelner Variablen für die Korrelations- und Variationsstrukturen beobachtet werden. Ursächlich hierfür ist die gegenüber den Fahrwerkslagern deutlich stärkere Wechselwirkung der 265 Karosserieblechteile untereinander. Die wichtigen Überhöhungen in den Antwortgrößen werden deshalb immer von mehreren EingangsvARIABLEN beeinflusst. Insgesamt zeigten allerdings nur 12 Blechteile nennenswerte (Korrelationskoeffizienten  $\geq 0.50$ ) Korrelationen zu den Antwortgrößen (Abb. 14). Zwei davon waren besonders auffällig, eines im Türbereich und eines im Heck.

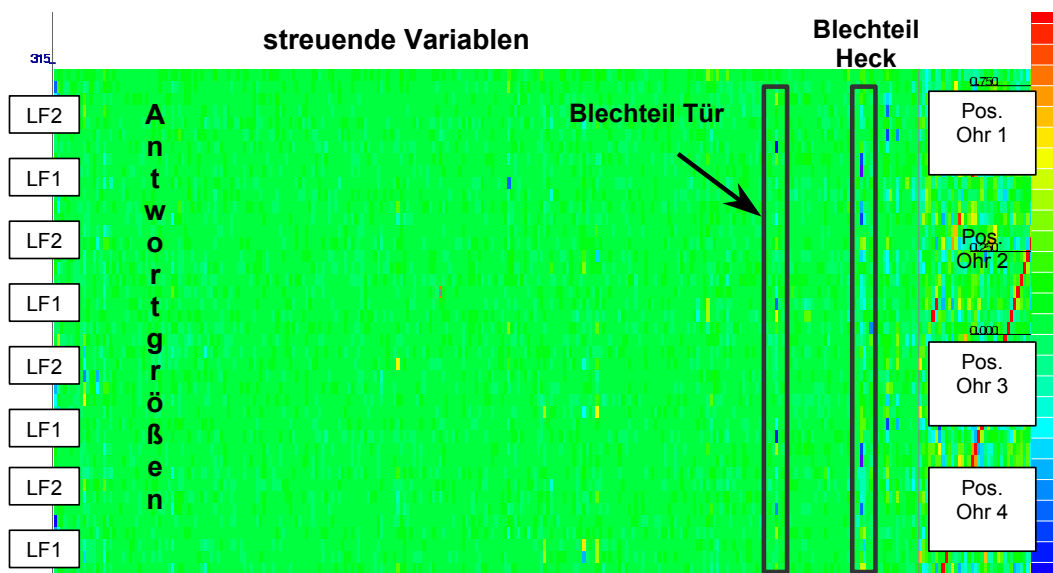


Abb. 14: Lineare Korrelationsmatrix

In Abb. 15 zeigt der hohe Korrelationskoeffizient des Blechteils im Türbereich eine nahezu lineare Korrelation zur betreffenden Antwortgröße an. Im Anthill-Plot zwischen dem auffälligen Blechteil im Heck und den dazu korrelierten Antwortgrößen (Abb. 17) ist eine Nichtlinearität zu beobachten: Ab einer bestimmten Blechstärke sinken die Amplitudenwerte signifikant ab. Im Kurvenverlauf aller Designs des Komfortpunkts resultiert diese Nichtlinearität in einer sichtbaren Erhöhung der Streuung (Abb. 16).

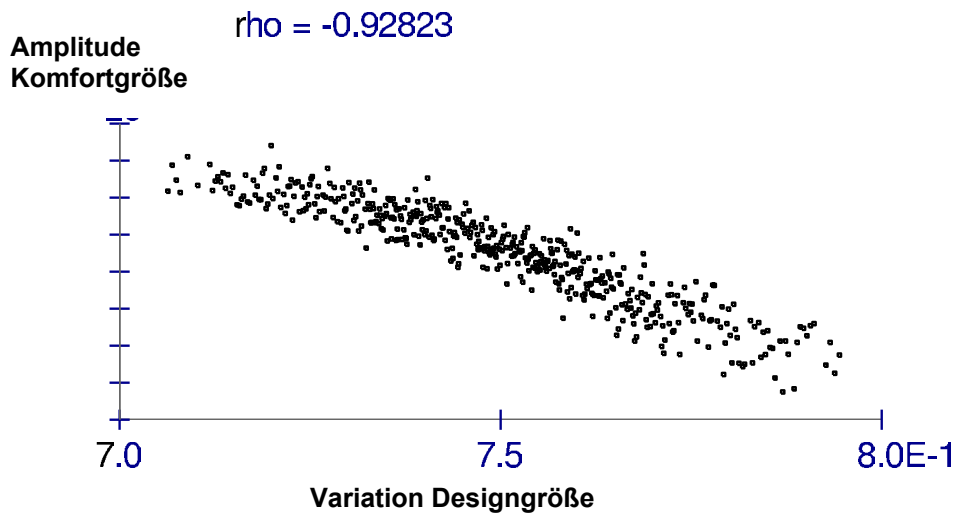


Abb. 15: Anthill- Plot zwischen dem Türblechteil und einer Antwortgröße

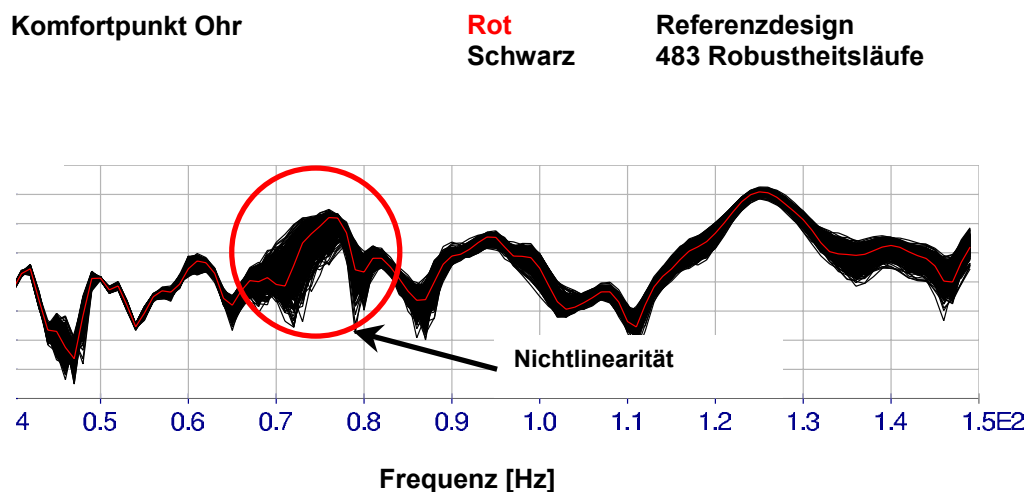


Abb. 16: Visualisierung der Streuung des Schalldruckpegels

In Auswertung der Korrelations- und Variationsstrukturen konnten damit zwei wichtige Eingangsvariablen identifiziert werden.  
Für die Bewertung der Zulässigkeit maximaler Amplitudenwerte wurden die größten Abweichungen gegenüber dem Referenzwert aus den Robustheitsbewertungen bezüglich Fahrwerkennwerten sowie der Robustheitsbewertung bezüglich Blechstärken linear superponiert.



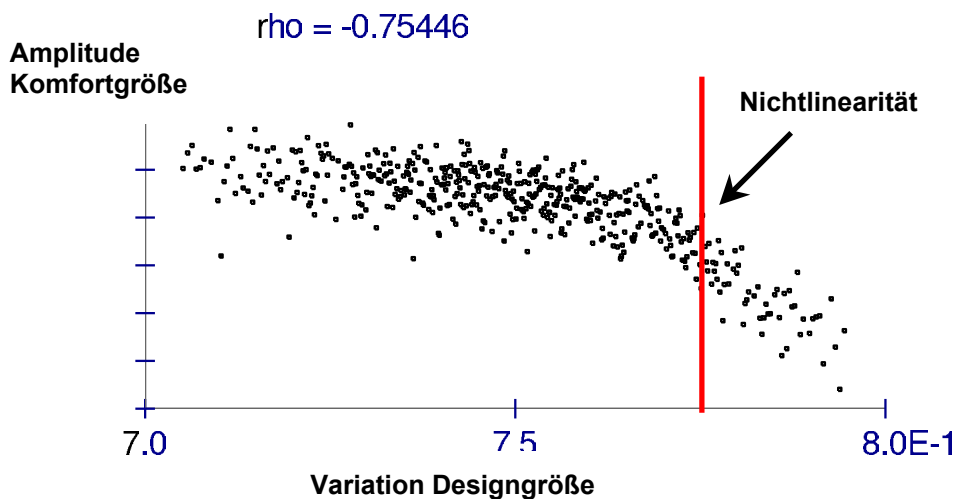


Abb. 17: Anthill- Plot zwischen Blechteil Heck und Schalldruckpegel

### 3.4 Zusammenfassung aller Beispiele

In allen Beispielen konnte die Robustheit der Fahrzeugstruktur bei den angesetzten Streuungen von Fahrwerkskennwerten und Blechstärken bezüglich der untersuchten Lastfälle nachgewiesen werden. Die maximal auftretenden Streuungen in wichtigen Antwortgrößen lagen im Toleranzbereich und überschritten nicht unerwünschte Amplitudenniveaus.

Erfreulicherweise konnten sehr stabile Korrelationsstrukturen beobachtet werden. Während der Durchrechnungen wurden die Korrelationsstrukturen (lineare Korrelationsmatrix und PCA) beobachtet. Konnte mit zunehmender Anzahl von Durchrechnungen keine nennenswerte Veränderung mehr festgestellt werden, waren die Korrelationsstrukturen zuverlässig bestimmt. Das heißt, die notwendige Samplezahl zur zuverlässigen Bestimmung der Korrelationsstrukturen ist erreicht und die statistischen Maße sind vertrauenswürdig.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die zuverlässige Bestimmung der Korrelationsstrukturen eine notwendige Voraussetzung für die Vertrauenswürdigkeit der Ergebnisse ist. Wird eine zu geringe Anzahl von Durchrechnungen verwendet, sind die statistischen Maße mit hohen Unsicherheiten behaftet. Im ungünstigsten Fall sind die Korrelationen dann zufällig und für eine Bewertung der Struktur wertlos.

Oft dominieren nur wenige Variablen die Korrelations- und Variationsstrukturen und es können wenige dominierende Nichtlinearitäten im Übertragungsverhalten in den Anthill-Plots identifiziert werden. Damit können die Robustheitsbewertungen zuverlässig die wichtigsten streuenden Eingangsgrößen identifizieren. Gleichzeitig liefern die Robustheitsbewertungen wertvolle Hinweise für die Übertragungswege der Streuungen und zu deren Optimierungspotential.

## 4 Ausblick

Nachdem durch die Robustheitsbewertungen die für die Streuung wichtiger Antwortgrößen verantwortlichen streuenden Eingangsgrößen identifiziert worden sind, können anschließend in kleineren Parameterräumen Optimierungen durchgeführt werden. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Parameterräume der Optimierung (alle Eingangsgrößen, die unter konstruktiven Gesichtspunkten variiert werden können) und die Parameterräume der Robustheitsbewertung (alle streuenden Parameter wie Eingangsgrößen, Lasten, Randbedingungen) Schnittmengen haben, aber in realen Strukturen nicht identisch sind. Die gleichzeitige Bearbeitung der Optimierungsaufgabe und des Zuverlässigkeitsproblems überfordert in der Regel die vorhandenen Hardwareressourcen. Daher ist ein iterativer Prozess aus Optimierung unter Berücksichtigung zuverlässigkeits-/robustheitsrelevanter Nebenbedingungen und Robustheitsanalyse empfehlenswert [5]. Im Fall nennenswerter Veränderungen der zu optimierenden Parameter ist zu empfehlen, dass nach einer Optimierung eine abschließende Robustheitsbewertung der optimierten Struktur durchgeführt werden sollte.

Werden bei den Robustheitsbewertungen Überschreitungen zulässiger Werte ermittelt, können aus den Histogrammen die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten berechnet werden. Dabei liefert das Sampling der Robustheitsbewertung, abhängig von der Anzahl der durchgeführten FEM- Simulationen, zuverlässige Aussagen bis zu Auftretenswahrscheinlichkeiten von ca. 5-10 %. Sollen kleinere Auftretenswahrscheinlichkeiten berechnet werden, sollten Verfahren der Zuverlässigkeitsanalyse in kleinen Parameterräumen [2] verwendet werden.

Die angesprochenen Frequenzganganalysen wurden mit dem FE-Programm NASTRAN durchgeführt. Alle beschriebenen stochastischen und statistischen Algorithmen sind in der Software SLang [2] implementiert. Die Robustheitsbewertungen wurden mit dem Programm OptiSLang [1] durchgeführt.

## Literatur

- [1] OptiSLang - the Optimizing Structural Language Version 2.0, DYNARDO, Weimar, 2004, [www.dynardo.de](http://www.dynardo.de)
- [2] Bucher C. et al.: SLang - the Structural Language Version 5.0, Institute of Structural Mechanics - Bauhaus-University Weimar, 2004.
- [3] Bucher, C.: "Some Recent Software Developments for Stochastic Structural Analysis", in N. Shiraisi et al. (ed.): Structural and Reliability, Balkema/Rotterdam/Brookfield, Vol. 1, pp 541-547, 1998
- [4] Bucher, C.: "Application of probability-based concepts in computational mechanics", in Wunderlich (ed.) Proceedings, ECCM99, Munich, 1999
- [5] Will, J., Bucher, C., Riedel, J., Akgün, T. „Stochastik und Optimierung: Anwendungen genetischer und stochastischer Verfahren zur multidisziplinären Optimierung in der Fahrzeugentwicklung“; VDI-Berichte, Nr. 1701, 2002, S. 863-884