Untersuchungen zur Zuverlässigkeit schlanker Stahlbetondruckglieder aus hochfestem Beton

Holger Schmidt[1,3], Michael Six[2,3]

[1] Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt

[2] Goldbeck Süd GmbH, Frankfurt

[3] Member of SixSigma Engineering, Dreieich

Zusammenfassung

In Deutschland wird hochfester Beton bereits seit Anfang der 90er Jahre erfolgreich eingesetzt. Insbesondere bei Stahlbetonstützen in mehrgeschossigen Bauwerken ermöglicht die extrem hohe Druckfestigkeit dieses Baustoffs eine deutliche Querschnittsreduzierung, wodurch architektonisch und funktional anspruchsvolle Anforderungen gleichermaßen erfüllt werden können. Diese zunächst positive Eigenschaft führt in vielen Fällen allerdings zu sehr schlanken und damit stabilitätsgefährdeten Tragsystemen. Aufgrund der bisher positiven Erfahrungen mit hochfestem Beton werden im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen die ursprünglich konservativen Bemessungsansätze der normativen Regelwerke kritisch hinterfragt. Da für die durchgeführten Untersuchungen der Zuverlässigkeit schlanker Stahlbetondruckglieder die vorherrschenden Einwirkungen einen maßgeblichen Einfluss auf die Tragwerkszuverlässigkeit besitzen, wird die Modellierung der ständigen und veränderlichen Einwirkungen in einem eigenen Kapitel behandelt. Aufbauend auf diesen Ergebnissen werden die normativen Regelungen mit den Ergebnissen einer Bemessung auf probabilistischer Basis verglichen und diesbezüglich Optimierungspotentiale aufgezeigt.

Keywords: Hochfester Beton, nichtlineare Nachweisverfahren, Zuverlässigkeit, Stahlbetondrucklieder, probabilistische Bemessung

1 Modellierung der Einwirkungen

1.1 Eigen- und Ausbaulasten

Eigenlasten beschreiben die aus der Gewichtskraft der tragenden Bauteile resultierende Belastung. Im Rahmen der stochastischen Modellierung der Eigenlasten von Stahlbetonbauwerken ist es in den meisten Fällen ausreichend, das spezifische Gewicht (Beton incl. Bewehrung) sowie die Bauteilabmessungen als streuende Größen zu berücksichtigen. Der Ansatz eines korrelierten Zufallsfeldes führt bei einfachen Tragsystemen sowie einer Betrachtung im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu unnötig aufwändigen Modellen. Es empfiehlt sich daher, sowohl das spezifische Gewicht als auch die Abweichung von den planmäßigen Abmessungen als einfache Zufallsvariablen zu modellieren, für die aufgrund der kleinen Variationskoeffizienten der streuenden Parameter in guter Näherung eine Normalverteilung verwendet werden kann. Anhaltswerte für die statistischen Parameter von Eigenlasten und Bauteilabmessungen sind in der Literatur aufgrund der relativ einfachen Bestimmbarkeit zahlreich vorhanden [1] [2]. Die Erwartungswerte der Eigengewichtslasten können mit den Mittelwerten der Bauteilabmessungen sowie mit der mittleren Stahlbetonwichte bestimmt werden. Aufbauend auf den Ergebnissen eigener Untersuchungen kann der Variationskoeffizient der Eigengewichtslasten für Stahlbetonbauteile des üblichen Hochbaus in guter Näherung zu v_G=0,05 bis 0,07 [-] angenommen werden.
Neben den Eigenlasten sind die Ausbaulasten (Fußbodenaufbau, Installationsführung, Anlagentechnik) im Rahmen der zuverlässigkeitstheoretischen Betrachtung zu berücksichtigen. Im Vergleich zu den Eigenlasten sind die statistischen Unsicherheiten bei den Ausbaulasten oft deutlich größer. Im Gegensatz zu den ausreichend vorhandenen Angaben der statistischen Parameter der Eigengewichtslasten existieren nur wenige Angaben zu den statistischen Parametern der Ausbaulasten. Es können allerdings ausreichend gute Ergebnisse erzielt werden, wenn die Ausbaulasten durch eine pauschale Erhöhung der Deckenlasten erfasst werden. Aufbauend auf den Ergebnissen eigener Untersuchungen werden die Ausbaulasten im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen durch eine normalverteilte Zufallsvariable mit einem Erwartungswert von $\mu_{\Delta G}$=1,5 [kN/m²] und einem Variationskoeffizienten von $v_{\Delta G}$=0,40 [-] berücksichtigt.
Bei der Bestimmung der statistischen Parameter mehrdimensionaler und unkorrelierter Zufallsvariablen würde der Variationskoeffizient für die Summe der Eigen- und Ausbaulasten aus mehreren Geschossen sehr schnell kleine Werte annehmen. Allerdings wird aufgrund der in den meisten Fällen zu erwartenden starken Korrelation dieser Lastarten auf eine Reduzierung des Variationskoeffizienten bei Eigen- und Ausbaulasten aus mehreren Geschossen verzichtet. Auf der Basis einer im Rahmen dieser Untersuchungen durchgeführten Parameterstudie für unterschiedliche Deckensysteme des üblichen Hochbaus wird die Summe aus Eigengewichts- und Ausbaulasten bei Hochhäusern im Folgenden unabhängig von der Geschossanzahl als Normalverteilung mit einem Variationskoeffizienten von $v_{G+\Delta G}$=0,10 [-] modelliert.

1.2 Nutzlasten

Der Begriff *Nutzlasten* subsumiert alle Lasten, die bei einer gewöhnlichen Nutzung von Gebäuden entstehen. Bezüglicher ihrer zeitlichen Änderung kann zwischen quasi-ständigen und kurzzeitig wirkenden Nutzlasten differenziert werden. Die zeitlichen Änderungen der quasi-ständigen Nutzlasten (Möbel, Inventar, Personen) resultieren in der Regel aus einem Nutzer- oder Nutzungswechsel in einem Geschoss und können im Rahmen der Untersuchungen als Blockprozesse modelliert werden. Die kurzzeitig wirkenden Nutzlasten beschreiben zum Beispiel die Lasten infolge Personenansammlungen oder Stapelungen von Einrichtungsgegenständen und können als Spike-Prozesse modelliert werden. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wird zur probabilistischen Modellierung der Nutzlasten das Modell aus dem Probabilistic Model Code des Joint Committee of Structural Safety [3] verwendet. Die auf eine Deckenebene einwirkenden Lastintensitäten der quasi-ständigen Nutzlasten werden durch ein Zufallsfeld *W(x,y)* ausgedrückt, dessen statistische Parameter von der entsprechenden Nutzungsart des Gebäudes abhängig sind:

$$W(x,y) = m + V + U(x,y) \qquad (1)$$

In Gleichung (1) beschreibt der deterministische Parameter *m* einen für eine gegebene Nutzung geltenden globalen Mittelwert. Die als Normalverteilung zu modellierende Zufallsvariable *V* mit einem Erwartungswert von Null berücksichtigt die Variation der Nutzlasten zwischen verschiedenen Geschossen und erfasst somit die unterschiedlichen Nutzungsgewohnheiten der Nutzer innerhalb einer Nutzungsklasse. Dagegen beschreibt das homogene Zufallsfeld *U(x,y)* mit einem Erwartungswert von ebenfalls Null und einer charakteristischen Rechtsschiefe die Variation der Nutzlasten innerhalb eines Geschosses. Die Zufallsvariable *V* und das Zufallsfeld *U(x,y)* können in guter Näherung als stochastisch unabhängig voneinander angesehen werden.
Für die Zuverlässigkeitsanalyse ist die Lastintensität *W(x,y)* allerdings nicht von direktem Interesse, sondern vielmehr die durch dieses Zufallsfeld verursachten Schnittgrößen des belasteten Bauteils. Damit eine möglichst praktikable Handhabbarkeit erreicht werden kann, sollte das Zufallsfeld in eine gleichförmig verteilte Flächenlast *q* transformiert werden, die mit ausreichender Genauigkeit die aus der tatsächlichen Belastung resultierenden Schnittgrößen des belasteten Tragsystems erfasst. Bei einer linear elastischen Systembetrachtung und somit der Gültigkeit des Superpositionsgesetzes kann diese gleichförmig verteilte Flächenlast bestimmt werden zu:

$$q = \frac{\int_A W(x,y) \cdot i(x,y) \cdot dA}{\int_A i(x,y) \cdot dA} \qquad (2)$$

Aus Gleichung (2) ist ersichtlich, dass die stochastische Flächenlast von der Einflussfläche *i(x,y)* der jeweils betrachteten Schnittgröße abhängig ist. Mit der vereinfachten Annahme, dass die zeitvarianten Lastintensitäten den Gesetzen eines Ferry Borges – Castanheta Feldes folgen (vgl. [4]), können die ersten beiden statistischen Parameter der gleichförmig verteilten Flächenlast bestimmt werden:

$$\mu_q = \mu_{W(x,y)} = m \tag{3}$$

$$\sigma_q^2 = \sigma_V^2 + \sigma_U^2 \cdot \frac{A_0}{A} \cdot \frac{\int_A i^2(x,y) \cdot dA}{\left(\int_A i(x,y) \cdot dA \right)^2} = \sigma_V^2 + \sigma_U^2 \cdot \frac{A_0}{A} \cdot \kappa(A) \tag{4}$$

Der Quotient der aus Lastmessungen abgeleiteten Referenzfläche A_0 zu der für die in Abhängigkeit der betrachteten Schnittgröße interessierenden Gesamtfläche A berücksichtigt die bekannte Flächenabhängigkeit der Nutzlasten und führt bei großen Werten von A zu einer Reduzierung der Standardabweichung der gleichförmig verteilten Flächenlast. Der Parameter $\kappa(A)$ als Lastkonzentrationsfaktor der gleichförmig verteilten Flächenlast q ist ebenfalls abhängig von der betrachteten Schnittgröße, wirkt sich allerdings nur sehr gering auf die Standardabweichung der Flächenlast aus. In den nachfolgenden Untersuchungen wird auf Basis eigener Berechnungen sowie in Anlehnung an die Angaben von Melchers [4] stets von einem konstanten Wert von $\kappa(A)=2{,}2$ ausgegangen, mit dem die Auswirkungen auf die im Rahmen dieser Untersuchung interessierenden Schnittgrößen von Stahlbetonstützen erfasst werden können. Als Zufallsvariable zur Modellierung der gleichförmig verteilten Flächenlasten wird eine Gammaverteilung verwendet, da diese die Beobachtungen aus Lastmessungen im interessierenden Bereich hoher Fraktilwerte sehr gut beschreibt (vgl. z.B. [5], [6]). Die zeitlichen Änderungen der quasi-ständigen Nutzlasten werden durch einen Poissonprozess beschrieben.

Auch wenn die kurzzeitig wirkenden Nutzlasten in der Realität eher konzentriert auftreten, können diese ebenfalls entsprechend der Modellierung der quasiständigen Nutzlasten als Zufallsfeld betrachtet werden, welches zu einer gleichförmig verteilten Flächenlast mit den statistischen Parametern entsprechend Gleichung (3) und (4) transformiert werden kann. Da der Erwartungswert sowie die Standardabweichung der kurzzeitig wirkenden Nutzlasten ähnliche Größenordnungen erreichen, können die kurzzeitig wirkenden Nutzlasten entsprechend den Angaben des Probabilistic Model Code durch eine Exponentialverteilung als Sonderform der Gamma-Verteilung modelliert werden. Die zeitlichen Änderungen der kurzzeitig wirkenden Nutzlasten werden ebenfalls durch einen Poissonprozess beschrieben.

Die bisher betrachtete Zeitabhängigkeit der Nutzlasten macht auch die Zuverlässigkeitsanalyse zu einem zeitvarianten Problem, dessen Lösung mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden ist. Durch die Annahme, dass die Nutzlasten einem stationären Prozess folgen, kann der Zufallsprozess in den Raum der Zufallsvariablen zurückgeführt werden. Die hieraus entstehenden Extremwertverteilungen sind abhängig von dem Bezugszeitraum, da bei einem längeren Bezugszeitraum größere Maximalwerte häufiger sind. Im Rahmen der zuverlässigkeitstheoretischen zeitinvarianten Betrachtung sollten die Extremwerte der Nutzlast als Gumbelverteilung (Extremwertverteilung Typ I) modelliert werden.

1.3 Verhältnis von Eigen-/Ausbaulasten und Nutzlasten

Bisher wurden die statistischen Parameter der Eigen-/Ausbaulasten sowie der Nutzlasten getrennt voneinander betrachtet. Aufgrund des sensitiven Einflusses der Einwirkungen auf die Ergebnisse sollten die Lasten im Rahmen einer Bemessung auf stochastischer Basis stets mit äußerster Sorgfalt festgelegt und jeweils für den Einzelfall bestimmt werden. Im Rahmen der in den vorliegenden Untersuchungen durchgeführten allgemeinen zuverlässigkeitstheoretischen Betrachtung schlanker Stahlbetonstützen ist allerdings die Begrenzung auf ein baupraktisch möglichst sinnvolles Verhältnis zwischen diesen beiden Lastgruppen ausreichend. Das Verhältnis Q_{98}/G_{50} des charakteristischen Wertes der Nutzlasten Q_{98} zu dem charakteristischen Wert der Eigen-/Ausbaulasten G_{50} reduziert sich mit zunehmender Geschossanzahl und somit wird auch der Einfluss der Nutzlasten mit zunehmender Geschossanzahl geringer. Auf Basis einer durchgeführten Parameterstudie wird im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen von einem konservativen unteren Grenzwert $Q_{98}/G_{50}=0{,}25$ bei $n=10$ Geschossen ausgegangen, der dem hohen Anteil der Eigengewichtslasten im Stahlbetonbau gerecht wird. Als oberer Grenzwert ist bei kleinen Einzugsflächen und einer Geschossanzahl von $n=1$ ein Verhältnis von $Q_{98}/G_{50}=1{,}00$ möglich, so dass die nachfolgenden zuverlässigkeitstheoretischen Untersuchungen im Bereich $1{,}00 \leq Q_{98}/G_{50} \leq 0{,}25$ durchgeführt werden.

2 Modellierung des Widerstandes

2.1 Allgemeines

Für eine realistische Vorhersage des Tragverhaltens schlanker Stahlbetonstützen ist das Gleichgewicht am verformten System (Theorie II. Ordnung) zu bilden. Damit sind zwei Arten der Nichtlinearität zu berücksichtigen. Die „physikalische“ Nichtlinearität, mit der die Steifigkeitsabnahme bei zunehmender Beanspruchung von Stahlbetonbauteilen bezeichnet wird, und die „geometrische“ Nichtlinearität, welche aus den Effekten der Theorie II. Ordnung resultiert. Aufgrund der beanspruchungsabhängigen Materialgesetze (Momenten-Krümmungs-Beziehung) kann ein plötzliches Stabilitätsversagen schlanker Stahlbetondruckglieder weit vor dem Erreichen der Materialfestigkeit auftreten. In diesen Fällen spricht man von einem „Stabilitätsversagen infolge beanspruchungsbedingter Steifigkeitsabnahme“. Für eine möglichst zutreffende Berechnung dieser Phänomene ist die Verwendung wirklichkeitsnaher Stoffgesetze erforderlich. Dies betrifft nicht alleine die σ-ε-Beziehungen von Beton und Betonstahl, sondern auch die Berücksichtigung der zugversteifenden Wirkung des Betons zwischen den Rissen „Tension Stiffening“.

2.2 Beton

Zur probabilistischen Modellierung des Widerstandes hochfester Stahlbetondruckglieder gehört neben dem mechanischen Modell ein stochastisches Modell, das durch die Verteilungsfunktionen und zugehörigen Parameter der wesentlichen Einflussgrößen (Basisvariable) vollständig beschrieben wird. Da das stochastische Modell einen vergleichbar großen Einfluss auf die Ergebnisse einer Zuverlässigkeitsanalyse hat wie das mechanische Modell, ist es erstrebenswert, möglichst abgesicherte statistische Kennwerte zu verwenden. Aus diesem Grund wird für die Betonfestigkeit auf neueste statistische Auswertungen von Tue et. al. [11] zurückgegriffen. Alle weiteren Basisvariablen des Widerstandes sind [10] entnommen.

In DIN 1045-1 [12] ist die charakteristische Betondruckfestigkeit f_{ck} als 5%-Quantil der Grundgesamtheit einer Festigkeitsklasse definiert. Die Grundgesamtheit setzt sich hierbei aus allen möglichen Messungen an Zylindern mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Höhe von 300 mm im Alter von 28 Tagen zusammen. Weiterhin wird in den Normen auch der Mittelwert der Betonfestigkeit angegeben:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8\ \text{N/mm}^2 \tag{5}$$

Unter der Annahme einer Normalverteilung ergibt sich hieraus eine konstante Standardabweichung von 5 N/mm² für alle Festigkeitsklassen und folglich ein sinkender Variationskoeffizient mit steigender Festigkeit. In wieweit diese Erkenntnisse auf hochfeste Betone übertragbar sind, war bislang ungeklärt. Aufgrund der fehlenden Erfahrungen wurde daher in DIN 1045-1 ein zusätzlicher Teilsicherheitsfaktor γ_c' ab der Festigkeitsklasse C55 eingeführt. Gleichzeitig darf jedoch die mittlere Druckfestigkeit nach Gleichung (5) bestimmt werden, was zu einem sinkenden Variationskoeffizient und damit auch zu einem sinkenden Teilsicherheitsfaktor mit zunehmender Festigkeit führen müsste. Das wiederum steht im Widerspruch zu dem zusätzlichen Teilsicherheitsfaktor γ_c'.

Dieser Widerspruch wurde jüngst von Tue et al. [11] aufgegriffen. Die dort durchgeführte statistische Auswertung zur Standardabweichung der Betondruckfestigkeit erstreckt sich erstmals auch auf hochfeste Betone. Wesentliches Ergebnis dieser Untersuchungen ist, dass die Standardabweichung der Betondruckfestigkeit der hochfesten Betone nur geringfügig größer ist, als die der normalfesten Betone. Aufgrund des mit steigender Festigkeit abnehmenden Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit im Bauwerk empfehlen Tue et al. [11] auf den zusätzlich Teilsicherheitsfaktor γ_c' zu verzichten. Dieser Vorschlag soll im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen auf Basis einer probabilistischen Bemessung unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften auf der Einwirkungs- und der Widerstandsseite verifiziert werden.

Die Betonzugfestigkeit spielt nur bei Systembetrachtungen (Tension Stiffening) eine Rolle. Für Querschnittsuntersuchungen kann sie vernachlässigt werden. Zwischen der zentrischen Zugfestigkeit f_{ct} und der Betondruckfestigkeit f_c besteht die folgende nichtlineare Beziehung:

$$f_{ct} = \alpha_{ct} \cdot (f_c - 8)^{2/3} \tag{6}$$

In Anlehnung an [15] wird für den Vorfaktor α_{ct} eine Lognormalverteilung mit dem Mittelwert $\mu_{\alpha ct} = 0{,}3$ und dem Variationskoeffizienten $v_{\alpha ct} = 0{,}30$ [-] vorausgesetzt. Die Basisvariable α_{ct} repräsentiert somit den von der Druckfestigkeit unabhängigen Anteil der Streuung der Betonzugfestigkeit.
In Anlehnung an [12] wird von folgendem Zusammenhang zwischen dem Sekantenmodul bei $\sim 0{,}4 \cdot f_c$ und der Druckfestigkeit ausgegangen:

$$E_c = \alpha_E \cdot f_c^{1/3} \tag{7}$$

Der Mittelwert des Vorfaktors wird mit $\mu_{\alpha E} = 9500$ angegeben. Als Verteilungsfunktion wird die logarithmische Normalverteilung mit einem Variationskoeffizienten von $v_{\alpha E} = 0{,}15$ [-] gewählt. Die Basisvariable α_E repräsentiert somit den von der Druckfestigkeit unabhängigen Anteil der Streuung des Elastizitätsmoduls.

2.3 Betonstahl

Für die Streckgrenze des Betonstahls f_y werden eine Lognormalverteilung und ein Variationskoeffizient von v_{fy}=0,06 [-] angenommen. Der Mittelwert der Streckgrenze beträgt $\mu_{fy} = 550$ [N/mm²]. Die Streuung des E-Moduls ist sehr gering und wird vernachlässigt. Die Querschnittsfläche der Bewehrungsstäbe A_s streut ebenfalls sehr wenig. Ihr Mittelwert wird mit dem nominalen Wert gleichgesetzt μ_{As} = nom As und der Variationskoeffizienten beträgt in Übereinstimmung mit [15] $v_{As} = 0{,}02$ [-]. Es wird eine Normalverteilung vorausgesetzt.

2.4 Bauteilabmessungen

Die nominalen Querschnittsabmessungen a_{nom} können wie bereits bei der Modellierung der Eigengewichtslasten hinreichend genau mit ihren Mittelwerten gleichgesetzt werden. Die Standardabweichung ist abhängig von der absoluten Größe der Querschnittsabmessung und wird im Rahmen dieser Untersuchung zu σ_a = 5 mm angenommen. Die statische Nutzhöhe hängt von der bauteilspezifischen Querschnittshöhe h und der Betondeckung c ab. Die statistischen Eigenschaften der Betondeckung bei Stützen werden durch eine Normalverteilung mit dem Mittelwert gleich dem Nennwert und einer Standardabweichung von 5 mm modelliert. Die Systemabmessungen werden als deterministische Größe betrachtet.

2.5 Modellunsicherheiten

Abweichungen zwischen der rechnerischen Stützentragfähigkeit R_{cal} und der experimentell ermittelten tatsächlichen Traglast R_{exp} sind aufgrund der notwendigen Idealisierungen unvermeidbar. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung werden hieraus resultierende Unsicherheiten vereinfachend über einen Modellunsicherheitsfaktor $\xi = R_{exp}/R_{cal}$ berücksichtigt. Die Zufallsvariable ξ ist hierbei normalverteilt. Eine Auswertung von Taerwe [16] für verschiedene Modelle ergab einen Mittelwert von etwa 1,0 und einen Variationskoeffizienten von 10-20%. Für die vorliegenden Untersuchungen wurde ein Variationskoeffizient von 10% angenommen.

3 Umfang der Untersuchungen

Im Rahmen der vorliegenden Studie wurden Zuverlässigkeitsanalysen an gedrungenen (λ=0) und schlanken (λ=100) Stahlbetondruckgliedern aus normalfestem (C30/37) und hochfestem Beton (C100/115) durchgeführt. Der Stützenquerschnitt hat die Abmessungen $b/h/d_1$ = 40/40/4 cm und ist symmetrisch bewehrt mit einem geometrischen Bewehrungsgrad ρ_{tot} = 1%. Weitere Parameter sind das Verhältnis der veränderlichen zu den ständigen Lasten Q_{98}/G_{50} sowie die Exzentrizität des Lastangriffs e/h. In einem ersten Schritt wurde für alle untersuchten Fälle der Bemessungswert der Stützentraglast R_d auf Basis der Bemessungswerte der Baustoffeigenschaften ($f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ und $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$) ermittelt. Hierbei bleibt der zusätzliche Teilsicherheitsfaktor γ_c' entsprechend dem Vorschlag in [11] zunächst unberücksichtigt. Unter der Voraussetzung einer wirtschaftlichen Bemessung entspricht der Bemessungswert der Traglast R_d gerade dem Bemessungswert der Einwirkungen E_d

$$R_d = E_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k \tag{8}$$

Bei bekanntem Verhältnis der veränderlichen zu ständigen Lasten Q_k/G_k ergibt sich der Mittelwert der ständigen Einwirkungen zu

$$\mu_G = G_k = \frac{R_d}{\gamma_G + Q_k / G_k \cdot \gamma_Q} \tag{9}$$

Gemäß den Ergebnissen aus den vorangegangenen Untersuchungen bezüglich der Einwirkungsseite wird der Variationskoeffizient der ständigen Lasten zu v_G = 0,10 [-] angenommen.

Der Mittelwert der veränderlichen Lasten μ_Q ergibt sich aus dem 98%-Quantil einer Gumbel-Verteilung Q_k unter der Annahme eines Variationskoeffizienten der Nutzlasten von v_Q = 0,40 [-] mit Hilfe der nachstehenden Gleichung:

$$\mu_Q = \frac{Q_k}{1-(\gamma + \ln(-\ln 0{,}98)) \cdot \sqrt{6} \cdot v_Q / \pi} = \frac{Q_k}{2{,}037} = \frac{Q_k / G_k}{2{,}037} \cdot \mu_G \tag{10}$$

Das Verhältnis Q_k/G_k wird auf Basis der bereits dargestellten Untersuchungen zu 0,25 bzw. 1,00 angenommen.
Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. des Sicherheitsindex β für den Bezugszeitraum 1 Jahr sowie der Wichtungsfaktoren α^2 (Einfluss der einzelnen Basisvariable an der Versagenswahrscheinlichkeit) erfolgt mit Hilfe der „Adaptive Importance Sampling Methode“ als Spezialform der Monte Carlo Methode [10].

4 Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalysen

Die wesentlichsten Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalysen sind in den Abbildungen 1 bis 7 dargestellt. Der nach DIN 1055-100 [17] anzustrebende Zielwert $\beta_{Target} = 4{,}7$ für den Bezugszeitraum von einem Jahr ist in den Diagrammen kenntlich gemacht. Im Hinblick auf eine anschauliche Darstellung der Wichtungsfaktoren α^2 wurden die insgesamt 10 streuenden Basisvariablen in drei Gruppen zusammengefasst:

<u>Gruppe R:</u> Widerstandsvariablen (d_1, h, A_s, f_y, f_{ct}, E_c und f_c)
<u>Gruppe Xi:</u> Modellunsicherheiten (ξ)
<u>Gruppe E:</u> Lastvariablen (G, Q)

Die Gruppenwichtungsfaktoren können anhand der Grenzlinien zwischen Widerstand und Modellunsicherheiten R/Xi und zwischen Modellunsicherheiten und Einwirkungen Xi/E abgelesen werden. Zusätzlich sind die Gewichte der einzelnen Basisvariablen des Widerstandes R in Form von Flächendiagrammen hinterlegt. Durch diese Darstellung lässt sich der vorherrschende Versagensmechanismus leicht erkennen.
Abbildung 1 zeigt die berechneten Sicherheitsindizes β für Druckglieder aus normalfesten Beton C30 in Abhängigkeit der bezogenen Kopfausmitte e/h. Im Fall der gedrungenen Stütze (Schlankheit λ=0) ergibt sich unabhängig vom Verhältnis Q_k/G_k für kleine Ausmitten e/h der anzustrebende Zielsicherheitsindex von 4,7. Mit wachsender Ausmitte fällt der Sicherheitsindex auf ca. 4,2 ab, was auch im internationalen Vergleich (vgl. z.B. [18]) tolerierbar erscheint. Anhand der Wichtungsfaktoren der Gruppen in Abbildung 2 kann man erkennen, dass bei einem geringen Anteil von veränderlichen Lasten an der Gesamtlast (Q_k/G_k=0,25) der Einfluss der Widerstandsvariablen R im Mittel 20%, der Modellunsicherheiten 60% und der Lastvariablen etwa 20% beträgt. Bei einem Verhältnis Q_k/G_k =1,00 (Abbildung 3) schrumpft der Einfluss der Modellunsicherheiten Xi auf ca. 10% während der Einfluss der Lastvariablen infolge der stark streuenden Nutzlast Q auf über 80% anwächst. Die normativ festgelegten Teilsicherheitsfaktoren wurden auf der Basis konstanter Wichtungsfaktoren $\alpha_R = 0{,}8$ und $\alpha_E = -0{,}7$ bestimmt, was einem Anteil des Widerstandes von ca. 60% und der Lasten von ca. 40% ent-

spricht. Für den vorliegenden Fall wird deutlich, dass die normativ festgelegten Teilsicherheitsfaktoren auf der Lastseite eher zu klein und die der Widerstandsseite eher zu groß sind, zumal der Einfluss der pauschalen Erhöhung der Last bzw. Reduzierung des Widerstandes durch den Modellunsicherheitsfaktor ξ der Lastseite zugeschlagen werden sollte. Solange alle Sicherheitselemente der Widerstandsseite bei der Bemessung greifen, d.h. wirksam die Traglast reduzieren, ist dies unproblematisch. Im Folgenden werden allerdings noch Fälle aufgezeigt werden, bei denen die Teilsicherheitsfaktoren der Widerstandsseite bei der Bemessung nicht wirksam werden und somit eine Sicherheitslücke verursachen. Der beschriebene Verlauf der Gruppenwichtungsfaktoren ist charakteristisch für alle untersuchten Fälle. Aus diesem Grund wird im Weiteren auf diese Darstellung verzichtet. Die in Abbildung 2 und Abbildung 3 (Schlankheit λ=0) hinterlegten Flächendiagramme mit den Wichtungsfaktoren der einzelnen Widerstandsvariablen sind weitestgehend unabhängig vom Verhältnis Q_k/G_k und zeigen erwartungsgemäß für kleine Ausmitten e/h einen großen Einfluss der Betondruckfestigkeit f_c am Versagen. Das Versagen tritt hier durch Überschreiten der maximal zulässigen Betonstauchung ein. Mit zunehmender Ausmitte e/h wächst der Einfluss der Stahlfließgrenze f_y und der geometrischen Abmessungen d_1, h und A_s. Das Versagen ist dort durch das Überschreiten der maximal zulässigen Stahldehnung charakterisiert. Das geringere Zuverlässigkeitsniveau bei großen Ausmitten deutet darauf hin, dass dieser Versagensmechanismus mit dem Teilsicherheitsfaktor γ_s = 1,15 nicht in gleichem Maße berücksichtigt wird, wie das Betonversagen mit γ_c = 1,50. Allerdings handelt es sich hierbei auch um ein duktiles, d.h. in der Regel nicht plötzlich eintretendes Versagen, wodurch ein etwas geringeres Zuverlässigkeitsniveau akzeptabel erscheint.

Das Zuverlässigkeitsniveau der schlanken (λ=100) Stahlbetonstütze aus normalfesten Beton C30 unterscheidet sich von dem der gedrungenen Stütze durch ein früheres Abfallen des Sicherheitsindex β bereits bei mittleren Verhältnissen e/h (vgl. Abbildung 1). Zunächst ist in Abbildung 4 zu erkennen, dass der Einfluss der Lasten E und der Modellunsicherheiten Xi bei schlanken Stützen auf ca. 90% anwächst. Der Einfluss der Widerstandsvariablen R schrumpft auf ca. 10%. Der Anteil der Betondruckfestigkeit bei kleinen Ausmitten e/h fällt im Vergleich zur gedrungenen Stütze ab. Es macht sich an dieser Stelle bereits ein deutlicher Einfluss der Querschnittsabmessungen bemerkbar, die maßgeblich die Steifigkeit der Stütze bestimmen. Das Versagen tritt für e/h=0,1 durch Gleichgewichtsverlust infolge beanspruchungsbedingter Steifigkeitsabnahme ein, bevor die Fließgrenze des Stahls erreicht wird. Durch den weiterhin großen Anteil der Betondruckfestigkeit am Versagen greift der Teilsicherheitsfaktor γ_c = 1,50 in ausreichendem Maße, so dass auch hier der Zielsicherheitsindex von β=4,7 erreicht wird. Bei mittleren und großen e/h tritt Stabilitätsverlust infolge Fließens der Zugbewehrung ein, was durch ein Anwachsen der Wichtungsfaktoren der Fließgrenze und der geometrischen Abmessungen angezeigt wird. Im Gegensatz zu der gedrungenen Stütze ist das Versagen jedoch plötzlich, d.h. ohne Vorankündigung (lastgesteuert).

In Abbildung 5 sind die berechneten Zuverlässigkeitsindizes β für die Druckglieder aus hochfesten Beton C100 aufgetragen. Die Stützen mit der Schlankheit λ=0 (reine Querschnittsbetrachtung) erreichen ein nahezu identisches Zuverlässigkeitsniveau, wie die Stützen aus normalfesten Beton C30. Auch die Verläufe der Wichtungsfaktoren der gedrungenen hochfesten Stütze (Abbildung 6) unterscheiden sich von der normalfesten Stütze (Abbildung 2) nur unwesentlich. Da die Traglast ohne Berücksichtigung des zusätzlichen Teilsicherheitsfaktors γ_c' berechnet wurde, kann der Vorschlag von Tue et al. [11] auf γ_c' zu verzichten somit untermauert werden.
Die Zuverlässigkeit der schlanken hochfesten Betonstütze, deren Betrachtung im Fokus der vorliegenden Studie liegt, ist im Bereich mittlerer Ausmitten deutlich niedriger (Abbildung 5) als bei der schlanken normalfesten Stütze (Abbildung 1). Der Zuverlässigkeitsindex β beträgt bei einem Verhältnis Q_k/G_k=0,25 und einer Ausmitte e/h=0,4 nur noch 3,5. Diese gravierende Unterschreitung des angestrebten Zielsicherheitsniveaus von 4,7 ist nicht hinnehmbar, zumal das Versagen plötzlich durch Gleichgewichtsverlust aufgrund beanspruchungsbedingter Steifigkeitsabnahme eintritt. Die Teilsicherheitsfaktoren der Widerstandsseite können nicht greifen, weil die Betondruckfestigkeit bei weitem nicht ausgenutzt ist und die Fließgrenze des Stahls noch lange nicht erreicht ist. Die Betrachtung der Wichtungsfaktoren der Widerstandsvariablen in Abbildung 7 lässt erkennen, dass die Versagenswahrscheinlichkeit bei der schlanken hochfesten Stütze maßgeblich durch die von der Betondruckfestigkeit unabhängigen Streuung des E-Moduls und der Zugfestigkeit des Betons beeinflusst wird. Die zugversteifende Wirkung des Betons zwischen den Rissen (Tension Stiffening) hat einen hohen Anteil an der Gesamtsteifigkeit, was bei normalfesten Stützen nicht der Fall ist. Die naheliegende Vermutung, dass der zusätzliche Teilsicherheitsfaktor γ_c' die Situation entschärfen könne ist weit gefehlt, wie aus Abbildung 5 (C100-025-100-gc') hervorgeht. Der Zuverlässigkeitsindex β verläuft unter Berücksichtigung des zusätzlichen Faktors γ_c' nur unwesentlich über dem ohne Berücksichtigung von γ_c'. Die Ursache liegt darin, dass der Sicherheitsbeiwert für die Betondruckfestigkeit bei Stabilitätsversagen infolge beanspruchungsbedingter Steifigkeitsabnahme nicht greift. Wird die zugversteifende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (Tension Stiffening) bei der Bemessung nicht mit angesetzt, kann der extreme Abfall von β bei e/h = 0,4 zwar gedämpft (vgl. Abbildung 5: C100-025-100-oTS), das insgesamt zu niedrige Zuverlässigkeitsniveau jedoch nicht erhöht werden. Darüber hinaus kann die Vernachlässigung des Tension Stiffening Effekts z.B. bei Rahmen aufgrund einer überschätzten Rotationsfähigkeit auch zu unsicheren Ergebnissen führen.
Das beschriebene Phänomen macht deutlich, dass eine Aufspaltung der Sicherheitselemente auf der Widerstandsseite problematisch sein kann. Es sollte auf der Widerstandsseite daher nur der Teilsicherheitsfaktor γ_R z.B. nach [12] verwendet werden, der den Widerstand pauschal verringert bzw. die Einwirkung pauschal erhöht (vgl. auch [10], [18]). Dadurch wird das Wirksamwerden der Sicherheitselemente bei der Bemessung garantiert und ein gleichmäßiges Zuverlässigkeitsniveau erreicht (vgl. Abbildung 5: C100-025-100-gR).

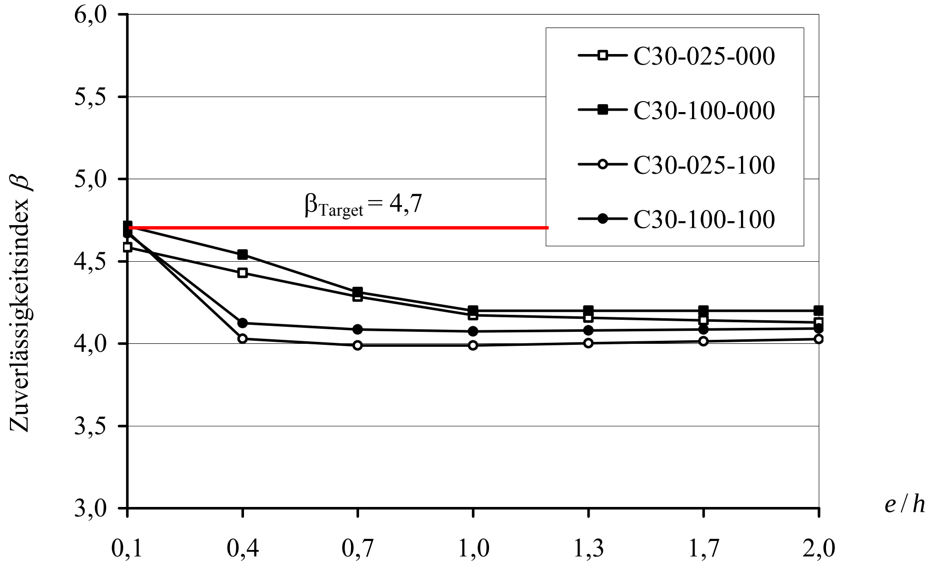

Abbildung 1: Zuverlässigkeitsindex β für Druckglieder aus normalfesten Beton C30 in Abhängigkeit der bezogenen Ausmitte e/h (Legende: Betonfestigkeitsklasse - Q_k/G_k - λ)

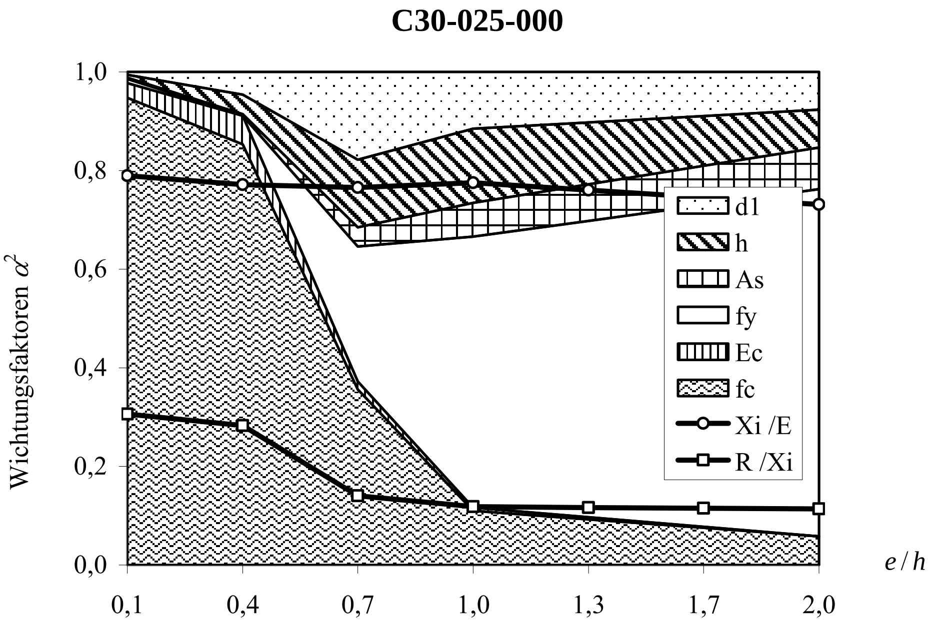

Abbildung 2: Wichtungsfaktoren α^2 für Druckglieder aus normalfesten Beton C30, einem Verhältnis G_k/Q_k=0,25 und einer Schlankheit λ=0 in Abhängigkeit der bezogenen Ausmitte e/h

C30-100-000

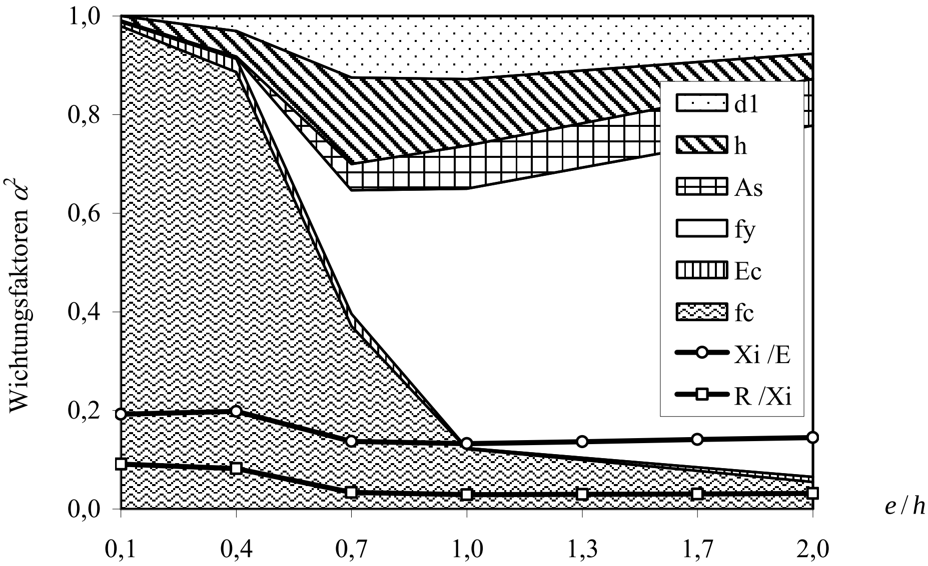

Abbildung 3: Wichtungsfaktoren α^2 für Druckglieder aus normalfesten Beton C30, einem Verhältnis G_k/Q_k=1,00 und einer Schlankheit λ=0 in Abhängigkeit der bezogenen Ausmitte e/h

C30-025-100

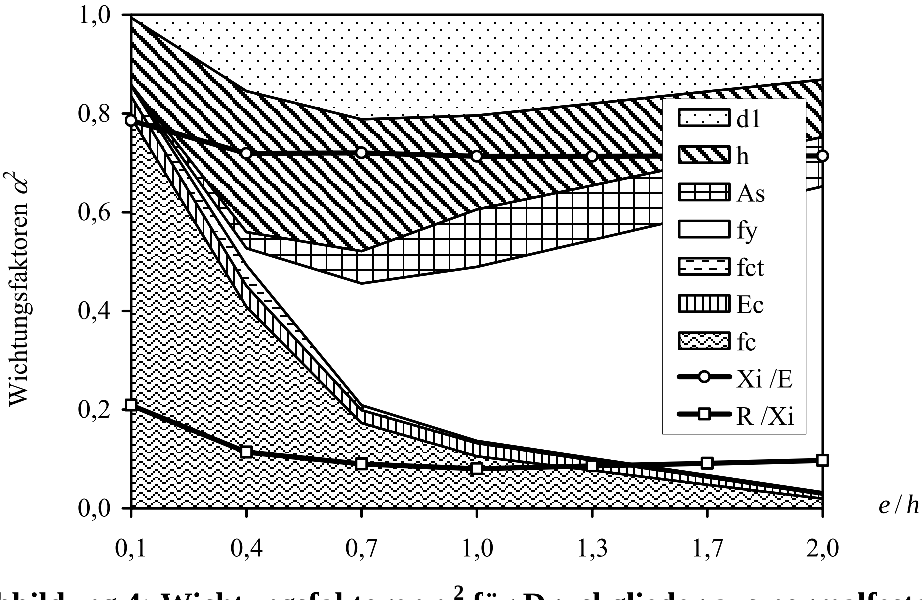

Abbildung 4: Wichtungsfaktoren α^2 für Druckglieder aus normalfesten Beton C30, einem Verhältnis G_k/Q_k=0,25 und einer Schlankheit λ=100 in Abhängigkeit der bezogenen Ausmitte e/h

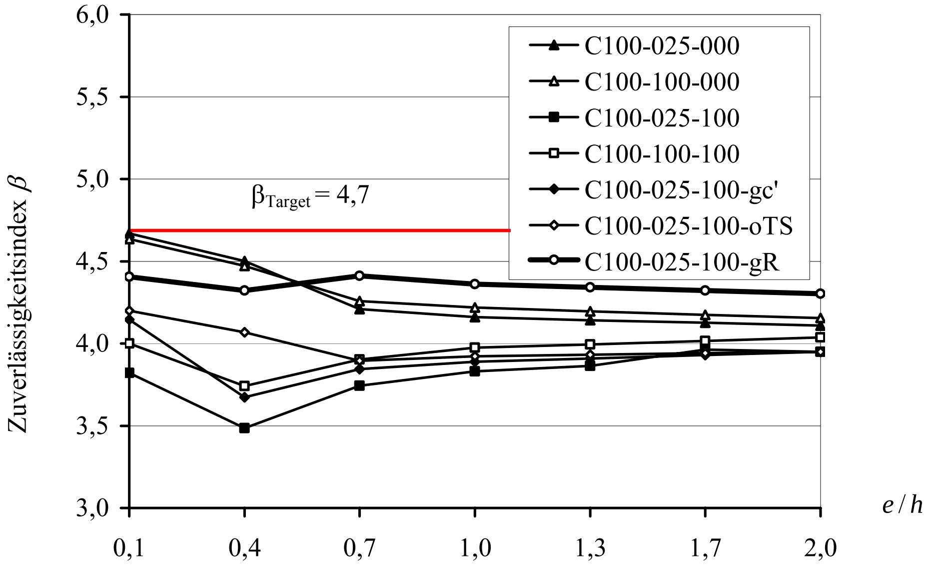

Abbildung 5: Zuverlässigkeitsindex β für Druckglieder aus hochfesten Beton C100 in Abhängigkeit der bezogenen Ausmitte e/h (Legende: Betonfestigkeitsklasse - Q_k/G_k - λ)

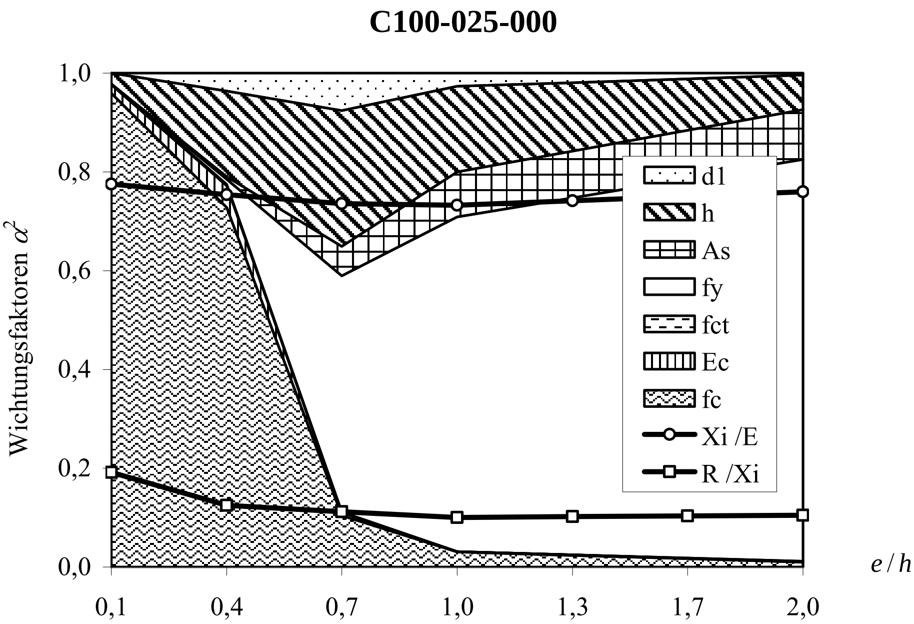

Abbildung 6: Wichtungsfaktoren α^2 für Druckglieder aus hochfesten Beton C100, einem Verhältnis G_k/Q_k=0,25 und einer Schlankheit λ=0 in Abhängigkeit der bezogenen Ausmitte e/h

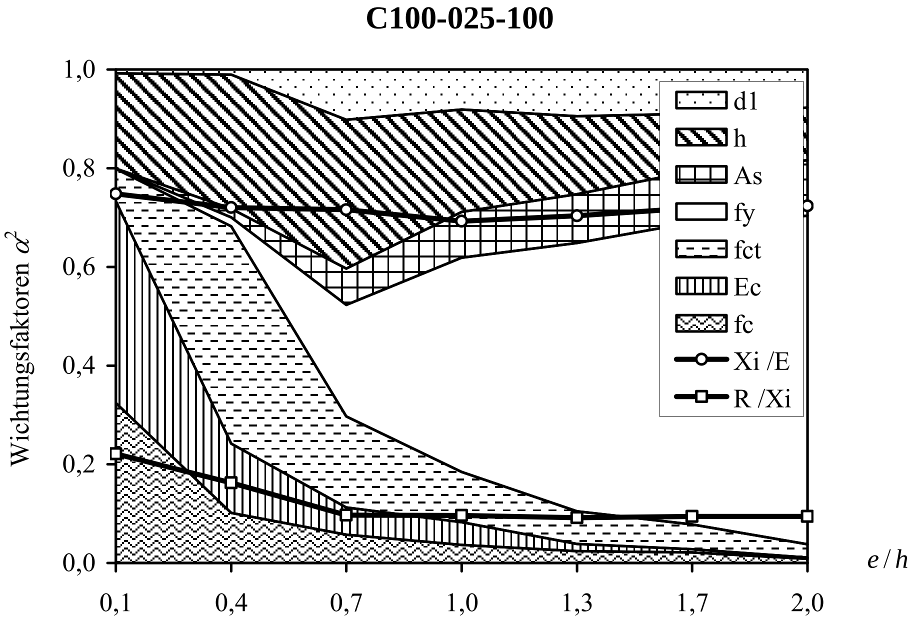

Abbildung 7: Wichtungsfaktoren α^2 für Druckglieder aus hochfesten Beton C100, einem Verhältnis G_k/Q_k=0,25 und einer Schlankheit λ=100 in Abhängigkeit der bezogenen Ausmitte e/h

5 Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag setzt sich mit der Zuverlässigkeit schlanker Stahlbetondruckglieder aus normal- und hochfesten Beton auseinander. Aufbauend auf einer probabilistischen Modellierung der Eigen- und Nutzlasten werden zunächst wesentliche Eingangsgrößen für die Zuverlässigkeitsanalysen an schlanken Stahlbetondruckgliedern bereitgestellt. Im Bereich der Materialeigenschaften hochfester Betone finden neueste statistische Auswertungen zur Betondruckfestigkeit Eingang in die Berechnung. Die Ergebnisse bestätigen den Vorschlag von Tue et al. [11], auf den zusätzlichen Teilsicherheitsfaktor γ_c' für hochfesten Beton nach DIN 1045-1 [12] zu verzichten. Hierdurch kann dieser innovative Werkstoff in Zukunft noch wirtschaftlicher eingesetzt werden. Auf Basis der durchgeführten Zuverlässigkeitsanalysen konnte darüber hinaus allerdings auch ein Sicherheitsdefizit aufgedeckt werden, das durch ein Nichtwirksamwerden von Sicherheitselementen der Widerstandsseite verursacht wird. Es wird für zukünftige Anwendungsfälle daher empfohlen, den Bemessungswert des Widerstandes R_d unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher mechanischer Modelle und durch Verwendung eines einzelnen Teilsicherheitsfaktors γ_R nach DIN 1045-1 zu ermitteln.

Literatur

[1] SPAETHE, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, Wien: Springer Verlag, 1992

[2] RACKWITZ, R.: Einwirkungen auf Bauwerke, In: Der Ingenieurbau, Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen, Berlin: Ernst & Sohn, 1996

[3] JCSS PROBABILISTIC MODEL CODE PART 2: Load Models, Joint Committee of Structural Safety, 2001

[4] MELCHERS, R. E.: Structural Reliability Analysis and Prediction, New York: Wiley & Sons, 1999

[5] MITCHELL, G.R.; WOODGATE, R.W.: A Survey of Floor Loadings in Office Buildings, Report 25, Building Research Station, London, 1971

[6] CULVER, C.: Live Load Survey Results for Office Buildings, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, pp- 2269-2284, 1976

[7] DIN 1055-3, EINWIRKUNGEN AUF TRAGWERKE – TEIL 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten, DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, 2006

[8] SCHMIDT, H: Hintergründe zur Nutzlastabminderung nach DIN 1055-3, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 1 / 2004, Berlin: Ernst & Sohn, 2004

[9] EN 1991-1-1, EUROCODE 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau, Europ. Komitee für Normung, Brüssel, 2002

[10] SIX, M.: Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau. Heft 534 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton DAfStb. Berlin: Beuth Verlag, 2003

[11] TUE, N.V., SCHENCK, G., SCHWARZ, J.: Eine kritische Betrachtung des zusätzlichen Sicherheitsbeiwertes für hochfesten Beton. Bauingenieur, Band 82, Januar 2007

[12] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, 2001

[13] RÜSCH, H.: Statistische Analyse der Betonfestigkeit. Band 206 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton DAfStb. Berlin: Ernst & Sohn, 1969

[14] KÖNIG, G.; SOUKHOF, D.; JUNGWIRTH, F.: Sichere Betonproduktion für Stahlbetontragwerke. Fraunhofer-IRB-Verlag, 1998

[15] JCSS PROBABILISTIC MODEL CODE PART 3: Resistance Models, Joint Committee of Structural Safety, 2001

[16] TAERWE, L.R.: Towards a consistent treatment of model uncertainties in reliability formats for concrete structures. CEB Bulletin d'Information No. 219 (1993):5-61

[17] DIN 1055-100, EINWIRKUNGEN AUF TRAGWERKE – TEIL 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, 2001

[18] SZERSZEN, M. M.; SZWED, A.; NOWAK, A. S.: Reliability Analysis for eccentrically loaded columns. ACI Structural Journal, Title No. 102-S69, September-October 2005