

**Vorträge**

**Nichtlineare Berechnung von  
Beton und Stahlbetonstrukturen  
nach DIN 1045-1 mit ANSYS**

Roger Schlegel

# Nichtlineare Berechnung von Beton und Stahlbetonstrukturen nach DIN 1045-1 mit ANSYS

Roger Schlegel

Dynardo GmbH, Weimar

## Summary

Es wird ein neu in ANSYS implementiertes elastoplastisches Materialmodell für Beton und Stahlbeton vorgestellt, welches alle Anforderungen aktueller Normen auf Grundlage der Modellangaben und Materialparameter des CEB-FIP Modelcodes 90 erfüllt. Damit ist es nun möglich, entsprechend der seit 1.1.2005 inkraft getretenen DIN 1045-1 Beton-, Leichtbeton- und Stahlbetonstrukturen sowie vorgespannte Konstruktionen sowohl bezüglich ihrer Tragfähigkeit als auch ihrer Gebrauchstauglichkeit unter realitätsnaher Einbeziehung geometrisch und materiell nichtlinearen Verhaltens nachzuweisen. Durch die Implementation in das Programmsystem ANSYS wird die Anwendbarkeit des vorgestellten Materialmodells auch für große Tragwerksanalysen sichergestellt.

## Keywords

Beton, Stahlbeton, nichtlineare Berechnung, elastoplastisches Materialmodell, Ver- Entfestigung, verschmiertes Rissmodell

## 1 Einleitung

Mit der seit 1.1.2005 gültigen DIN 1045-1 [5] wird erstmals in einer deutschen Betonbaunorm die durchgängige Berechnung eines Tragwerks unter Berücksichtigung des nichtlinearen Material- und Strukturverhaltens ermöglicht. In der Norm werden sowohl Angaben zur Nachweisführung bzw. zum Sicherheitskonzept als auch zu den erforderlichen Materialkennwerten gemacht. Damit sind seitens des Vorschriftenwerks die notwendigen Voraussetzungen für nichtlineare Berechnungen im Beton- und Stahlbetonbau gegeben.

Der vorliegende Beitrag stellt ein neu in ANSYS implementiertes elastoplastisches Materialmodell vor, welches das nichtlineare Materialverhalten und die grundlegenden Schädigungsphänomäne von Beton und Stahlbeton beschreibt und alle Anforderungen der aktuellen Normung erfüllt. Für den Einsatz nichtlinearer FE-Programme werden dabei gegenüber den Angaben in DIN 1045-1 [5] einige Erweiterungen für eine dreidimensionale Materialbeschreibung erforderlich.

## 2 Elastoplastische Materialtheorie

Die Beschreibung des nichtlinearen Material- und Rissverhaltens von Beton und Stahlbeton erfolgt heute in der Regel mit Hilfe spannungsbasierter, elastoplastischer Materialmodelle [2], [3]. Der Dehnungsvektor wird dabei in reversible und nicht reversible Anteile aufgespalten.

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^{el}\} + \{\varepsilon^{pl}\} \quad (1)$$

Die Materialfestigkeit wird mit Hilfe einer Versagens- bzw. Fließbedingung  $F(\sigma, \kappa)$  beschrieben. Das Ver- und Entfestigungsverhalten wird durch den irreversiblen, plastischen Anteil des Dehnungsvektors gesteuert (strain hardening / softening). Das quantitative Ausmaß der Ver- bzw. Entfestigung ist damit von der Größe der auftretenden plastischen Dehnungen, die durch den Ver- bzw. Entfestigungsparameter  $\kappa$  ausgedrückt werden, abhängig.

$$\kappa = \kappa(\varepsilon^{pl}) \quad (2)$$

Die Evolution der Ver- und Entfestigung und damit der Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung wird durch Ver- bzw. Entfestigungsfunktionen

$$\Omega = \Omega(\kappa) \quad \text{wobei: } 0 \leq \Omega(\kappa) \leq 1 \quad (3)$$

beschrieben. Die sinnvolle Kopplung der Verfestigungsfunktionen an die einzelnen Festigkeitswerte der Versagensbedingung ermöglicht die experimentell verifizierbare Einbeziehung der Rissbildung und Materialdegradation.

$$\tilde{\sigma}(\kappa) = \tilde{\sigma} \cdot \Omega(\kappa) \quad (4)$$

mit:  $\tilde{\sigma}$  Festigkeitswert

Wie nachfolgend detailliert erläutert wird, gelingt es mit Hilfe dieser Materialtheorie Betonschädigungen sowohl infolge der Mikrorissentwicklung bei Druckbeanspruchung als auch infolge von Zugrissbildung praxisgerecht zu beschreiben. Für die Sicherung der praktischen Anwendbarkeit steht dabei die Verwendung möglichst weniger, gut bestimmbarer und auf die normativen Vorgaben abgestimmter Materialparameter.

## 3 Materialmodell für Beton

Die wesentlichen, durch ein Materialmodell abzubildenden Materialeigenschaften des Betons sind seine Sprödigkeit bei Zugbeanspruchung, die zu einer ausgeprägten Rissbildung führt und seine, vor allem unter Druckbeanspruchung erkennbare spannungsabhängige Festigkeit.

### 3.1 Versagensbedingung zur Festigkeitsbeschreibung

Auf Grund ihrer Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen sind Drucker-Prager-Fließbedingungen zur Beschreibung der Betonfestigkeit gut geeignet [7], [10], [3]. Im vorliegenden Materialmodell wird für als Versagensbedingung für Beton eine von Hintze [6] vorgeschlagene, singuläre Drucker-Prager Fließbedingung verwendet. Sie besteht aus zwei Fließkriterien (Gl. (5), (6)), wodurch die Betonfestigkeit sowohl im Druck- als auch im Zugbereich realitätsnah beschrieben werden kann.

$$F_1 = \sigma_s + \beta_t \sigma_m - \tilde{\sigma}_{yt} \Omega_1 \quad (5)$$

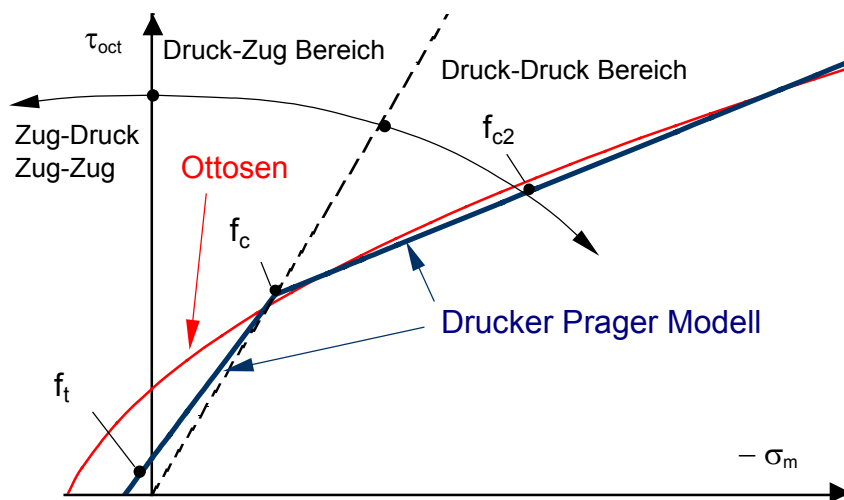
$$\beta_t = \frac{\sqrt{3} (f_c - f_t)}{f_c + f_t} \quad \tilde{\sigma}_{yt} = \frac{2f_c f_t}{\sqrt{3} (f_c + f_t)}$$

$$F_2 = \sigma_s + \beta_c \sigma_m - \tilde{\sigma}_{yc} \Omega_2 \quad (6)$$

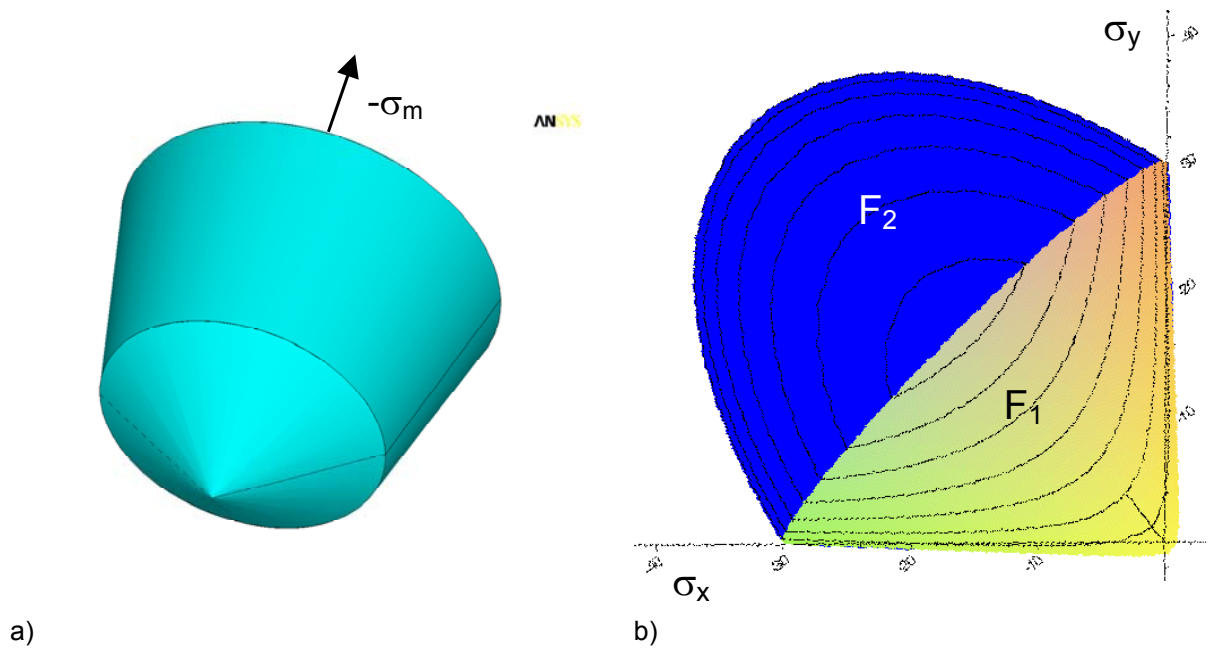
$$\beta_c = \frac{\sqrt{3} (f_{c2} - f_c)}{2f_{c2} - f_c} \quad \tilde{\sigma}_{yc} = \frac{f_{c2} f_c}{\sqrt{3} (2f_{c2} - f_c)}$$

mit:  $\sigma_m$  hydrostatische Spannung  
 $I_2$  zweite Invariante der deviatorischen Hauptspannungen  
 $f_t$  einachsige Zugfestigkeit  
 $f_c$  einachsige Druckfestigkeit  
 $f_{c2}$  zweiachsige Druckfestigkeit  
 $\Omega$  Ver- und Entfestigungsfunktion  
(im Druckbereich  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_c$ , im Zugbereich  $\Omega_1 = \Omega_t$ ).

Die Fließbedingung ist in Fig.1 und Fig.2 in verschiedenen Koordinatensystemen dargestellt. Der in Fig.1 dargestellte Vergleich mit dem Bruchmodell von Ottosen [9] zeigt die Vorzüge des aus zwei Fließkriterien bestehenden Drucker-Prager Modells. Während im Bereich des Druckmeridians eine sehr gute Übereinstimmung herrscht, lässt sich das gewählte Drucker-Prager Modell im Druck-Zug und Zugbereich an die realistische Zugfestigkeit anpassen, wohingegen das geschlossene Ottosen-Modell diese Bereiche deutlich überschätzt. Ein weiterer Vorteil liegt in der Beschreibung der Fließbedingung mit den drei einfach bestimmbar, bzw. i.d.R. bekannten Parametern  $f_t$ ,  $f_c$  und  $f_{c2}$ .

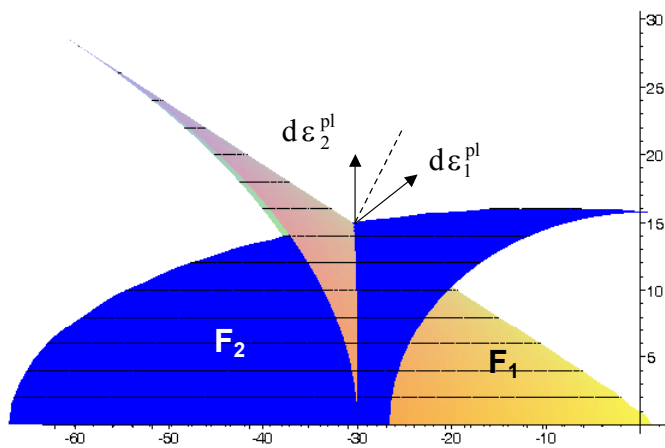


**Fig.1:** Singuläre Drucker-Prager Fließbedingung nach [6] - Darstellung im Oktaeder-System



**Fig.2:** Singuläre Drucker-Prager Fließbedingung nach [6];  
 a) räumliche Darstellung im Hauptspannungsraum; b) Darstellung im  $\sigma_x$ - $\sigma_y$ - $\tau_{xy}$ -Raum

Die numerische Umsetzung des singulären Drucker-Prager Modells erfolgt mit Hilfe des Return-Mapping Verfahrens auf der Grundlage der mehrflächigen Plastizität [12], [11]. Der elastoplastische Algorithmus berücksichtigt die Singularität am Übergang von  $F_1$  zu  $F_2$ . Sie führt dazu, dass im Eckbereich beider Fließkriterien die Richtungen der plastischen Dehnungszinkremente nicht übereinstimmen (s. Fig.3).



**Fig.3:** Singulärer Übergang zwischen zwei Fließkriterien  $F_1$  und  $F_2$ ;

Die plastischen Multiplikatoren werden daher aus einem Gleichungssystem ermittelt.

$$\left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T D d\varepsilon = \sum_{j=1}^{\text{Anz. aktiver F.}} \left[ \left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} - \frac{\partial F_n}{\partial \kappa_n} \frac{\partial \kappa_n}{\partial \lambda_j} \right] d\lambda_j \quad (7)$$

Die Lösung des Gleichungssystems erzeugt die Spannungsrückführung in die Schnittmenge der beiden Fließkriterien. Im Gegensatz zur einflächigen Plastizität ist nun die Überschreitung des Fließkriteriums allein keine hinreichende Bedingung mehr. Zusätzlich wird noch eine

Aktivitätsbedingung eingeführt, welche sichert, dass die Spannungsrückführung in die gemeinsame Schnittmenge beider Fließkriterien und das Auftreten der zugehörigen plastischen Dehnungssinkremente auch physikalisch sinnvoll ist.

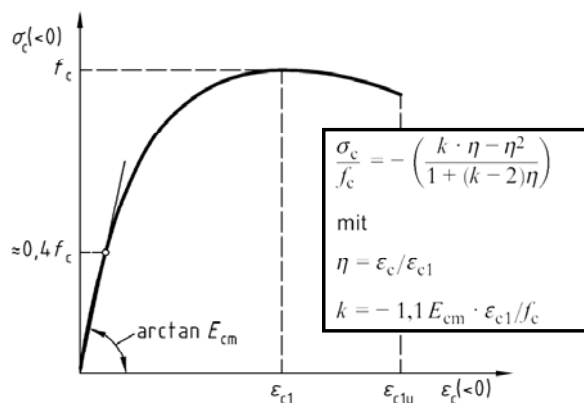
$$d\lambda_j \geq 0 \quad (8)$$

### 3.2 Nichtlineares Verformungsverhalten bei Druckbeanspruchung

Allgemein wird die einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton durch drei Bereiche bestimmt:

- Ein linear elastischer Bereich, der meist bis zum Erreichen von ca. einem Drittel der Druckfestigkeit reicht.
- Ein sich anschließender, zunehmend gekrümmter Verlauf bis zum Erreichen der Druckfestigkeit. Die nichtlineare Beziehung zwischen Spannung und Dehnung wird durch sich zunächst einzeln bildende Mikrorisse, die sich bei höheren Spannungsniveaus vereinigen, verursacht. Das Erreichen der Druckfestigkeit ist mit der Bildung von Bruchflächen und Rissen, die parallel zur größten Hauptspannung ausgerichtet sind, verbunden.
- Der Entfestigungsbereich, der durch einen abfallenden und eventuell auf ein geringes Restspannungsniveau mündenden Ast gekennzeichnet wird. Die Neigung des abfallenden Asts ist ein Maß für die Sprödigkeit des Materials. Darüber hinaus lässt sich die Sprödigkeit des Materials durch die Energie als das Integral der Spannungs-Dehnungslinie charakterisieren [13], [10].

In Fig.4 ist die entsprechend DIN 1045-1 [5] für die Ermittlung der Formänderungen und Schnittgrößen bzw. Spannungen zugrunde zulegende Spannungs-Dehnungsbeziehung, welche für einaxiale Spannungszustände unter kurzzeitig wirkender Belastung gilt, dargestellt.



**Fig.4:** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton nach [5]

Sie bildet die Grundlage für das hier vorgestellte Materialmodell. Dabei werden für die numerische Umsetzung einige Erweiterungen erforderlich. Zur Berechnung räumlicher Spannungszustände wird dabei üblicherweise von einer der einaxialen Kurve äquivalenten Arbeitslinie ausgegangen [10], [3].

Das nichtlineare Verformungsverhalten im Druckbereich wird im elastoplastischen Materialmodell durch den Ver- und Entfestigungsparameters gesteuert. Es gilt

$$d\kappa_c = \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T d\varepsilon_{eq}^{pl} \quad (9)$$

mit der Vergleichsspannung:

$$\sigma_e = f_c(\kappa_c)$$

Für die Ver- und Entfestigungsfunktion (Fig.5) ergibt sich:

$$\kappa_c < \kappa_{cl}$$

$$\Omega_c = - \frac{E \left[ \kappa_c (E \varepsilon_{cl} (k-2) + 2f_c) - f_c k \varepsilon_{cl} + E \varepsilon_{cl}^2 - \sqrt{A} \right]}{2(f_c \varepsilon_{cl} E (k-2) + f_c^2)} \quad (10)$$

mit:

$$A = \varepsilon_{cl}^2 \left[ 2E(\kappa_c E(-2\varepsilon_{cl} - 2\kappa_c k) + f_c(\kappa_c k^2 + 2\kappa_c - \varepsilon_{cl} k)) + (2\kappa_c E - k f_c)^2 + (E\kappa_c k + E\varepsilon_{cl})^2 \right]$$

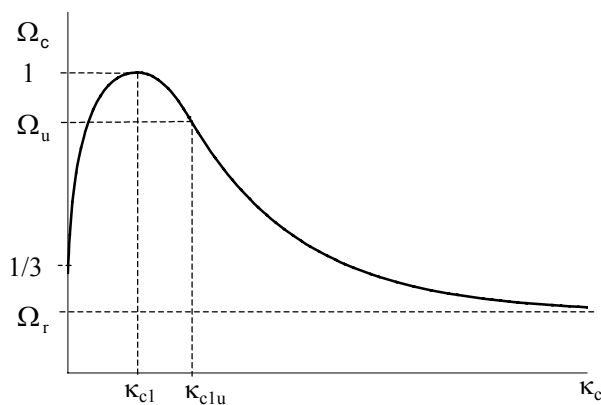
$$k = k_{1/3} \beta \quad k_{1/3} = \frac{E \varepsilon_{cl}}{f_c} \quad \beta = \frac{3}{2} - \frac{1}{k_{1/3}} + \frac{1}{2k_{1/3}^2} \quad E = E_{1/3}$$

$$\kappa_{cl} < \kappa_c < \kappa_{clu}$$

$$\Omega_c = 1 - 0,15 \left( \frac{\kappa_c - \kappa_{cl}}{\kappa_{clu} - \kappa_{cl}} \right)^2 \quad (11)$$

$$\kappa_{clu} < \kappa_c$$

$$\Omega_c = \Omega_r + (0,85 - \Omega_r) \exp\left(\frac{-0,30(\kappa_c - \kappa_{clu})}{(\kappa_{clu} - \kappa_{cl})(0,85 - \Omega_r)}\right) \quad (12)$$



**Fig.5:** Ver- und Entfestigungsfunktion im Druckbereich

Der Verlauf von  $\Omega_c$  kann durch die angegebenen Stützstellen an die genormte Spannungs-Dehnungsbeziehung angepasst werden. Aus numerischen Gründen wird ein geringes Restspannungsniveau  $\Omega_r$  zugelassen, damit das Volumen der Fließfigur nicht Null und die Spannungsrückführung nicht instabil wird.

### 3.3 Modellierung der Schädigung infolge Zugrissbildung

Beton neigt nach Erreichen der Festigkeit zu einer relativ spröden Entfestigung mit lokalisierten Risserscheinungen, zu deren Erfassung im Rahmen eines Kontinuumsmodells ein homogenisiertes Riss- und Entfestigungsmodell erforderlich wird. Der Riss selbst findet dann keinen Eingang in die

Topologiebeschreibung der Struktur, sondern wird nur in seiner Auswirkung auf den Spannungs- und Deformationszustand beschrieben [11], [14].

Der Entfestigungsprozess wird in Abhängigkeit der durch die Rissbildung ausgelösten Energiedissipation formuliert. Für die vollständige Rissausbildung muss die auf die Rissfläche bezogene Bruchenergie  $G_f$  dissipiert werden.

Ausgangspunkt der Modellierung ist die Rissbandtheorie nach Bažant / Oh [1]. Sie besagt, dass die Bildung eines Risses mit der dazugehörigen Entfestigung innerhalb einer lokalen Prozesszone stattfindet, deren Breite  $h_{PR}$  (Rissbandbreite) materialspezifisch konstant ist.

Um eine Netzabhängigkeit der Entfestigung zu vermeiden und die korrekte Erfassung der Bruchenergie für unterschiedliche Elementgrößen zu gewährleisten, ist eine Modifikation der Arbeitslinie erforderlich. Bei gegebener Rissbandbreite und Bruchenergie lässt sich eine volumenspezifische Bruchenergie in der Form:

$$g_f = \frac{G_f}{h_{PR}} \quad (13)$$

mit:  $g_f$  volumenspezifische Bruchenergie  
 $G_f$  Bruchenergie  
 $h_{PR}$  Rissbandbreite

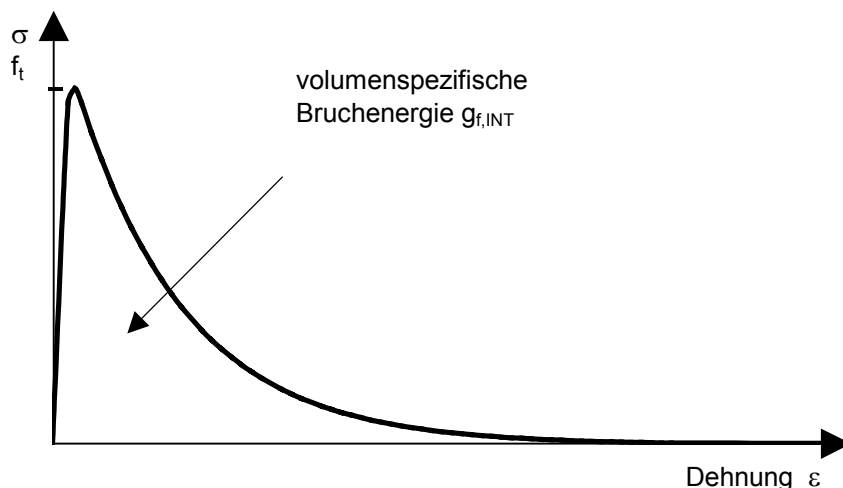
ableiten.

Für eine Vernetzung der Struktur mit Elementen, die größer sind als die zu erwartende Rissbandbreite, ist die Spannungs-Dehnungsbeziehung dann in der Art zu modifizieren, dass die volumenbezogene Bruchenergie am Integrationspunkt den Wert

$$g_{f,INT} = \frac{h_{PR}}{h} g_f = \frac{G_f}{h} \quad (14)$$

mit:  $g_{f,INT}$  volumenspezifische Bruchenergie des Integrationspunkts  
 $h$  äquivalente Länge

annimmt. Die im hier vorgestellten Materialmodell verwendete Spannungs-Dehnungslinie ist in Fig.6 abgebildet. Dabei wird bis zum Erreichen der Zugfestigkeit ein linear elastisches Verhalten angenommen. Danach wird eine exponentiellen Entfestigung infolge Zugrissbildung berücksichtigt. Dieses Modell gewährleistet die einheitliche Dissipation der Bruchenergie während des Entfestigungsprozesses für unterschiedliche Elementgrößen.



**Fig.6:** Spannungs-Dehnungsbeziehung im Zugbereich



Zur Vermeidung von numerisch instabilen „Snap-back“ Phänomen sollte für die äquivalente Länge

$$h \leq \frac{G_f E}{f_t^2} \quad (15)$$

gelten, was vorzugsweise durch eine entsprechende Netzgröße zu gewährleisten ist.

### 3.4 Dilatanzverhalten

Die Nachvollziehbarkeit des im Versuch beobachteten, vom Spannungszustand abhängigen Querdehnverhaltens wird durch die Verwendung nichtassoziierter Fließregeln möglich. Zur Steuerung der Querdehnung werden in Anlehnung an das von Chen [3] veröffentlichte Betonmodell die Dilatanzfaktoren  $\delta_c$  und  $\delta_t$  annehmen kann, eingeführt. Für das plastische Potential gilt:

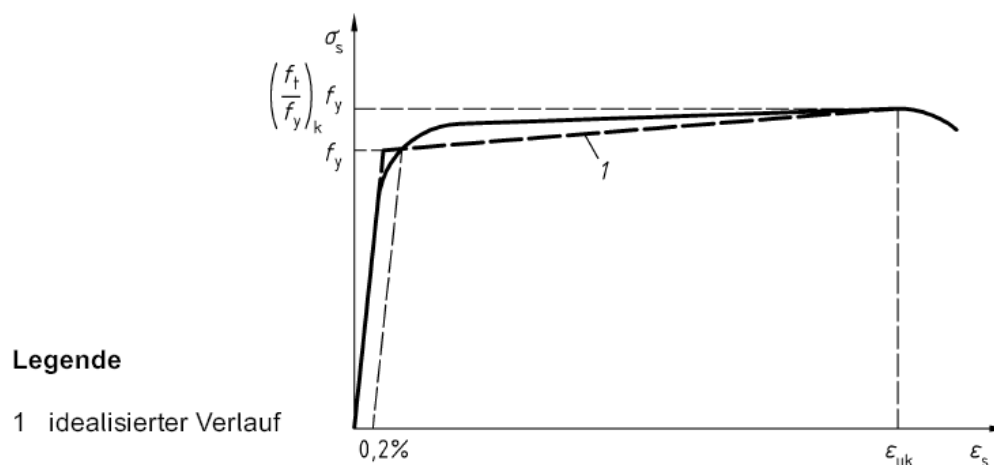
$$Q_1 = \sigma_s + \delta_t \beta_t \sigma_m \quad (16)$$

$$Q_2 = \sigma_s + \delta_c \beta_c \sigma_m$$

Im Druckbereich gilt  $0 \leq \delta_c \leq 1$ . Im Zugbereich gilt  $\delta_t = 0,1 \dots 0,2$ . Dadurch wird u.a. sichergestellt, dass unter reiner, einaxialer Zugbeanspruchung keine physikalisch unzutreffenden positiven Querdehnungen auftreten.

## 4 Materialbeschreibung für Betonstahl

Die in der Norm [5] angegebene Spannungs-Dehnungsbeziehung für Betonstahl ist in Fig.7 dargestellt. Sie wird im hier vorgestellten Materialmodell mit dem angegebenen idealisierten bilinearen Verlauf berücksichtigt. Als Fließkriterium dient hierbei die von-Mises-Fließbedingung mit kinematischer Verfestigung.



#### Legende

1 idealisierter Verlauf

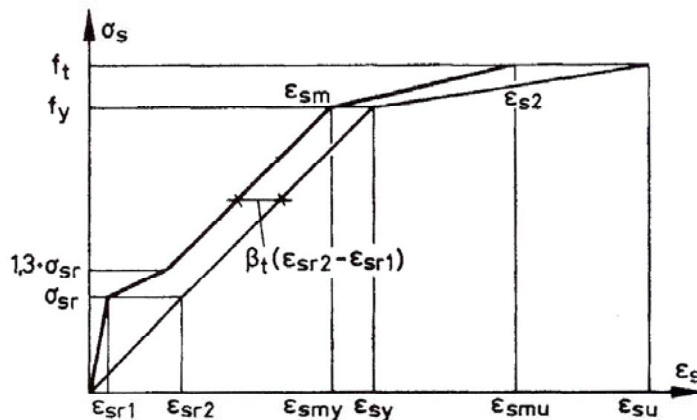
**Fig.7:** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Betonstahl nach [5]

Die Beschreibung des Materialverhaltens von Spannstahl kann unter Beachtung der in [5] gemachten Vorgaben analog erfolgen.

## 5 Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug

Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen führt im allgemeinen zu Versteifungseffekten (tension stiffening), welche insbesondere das Lastumlagerungsvermögen deutlich beeinflussen können. Daher wird die Berücksichtigung dieses Phänomens nach [4] angeraten. Neben der Möglichkeit der Berücksichtigung einer wirksamen Betonzugfestigkeit kann die Zugversteifung auch nach einem Vorschlag in [4] durch die Modifizierung der Arbeitslinie des Betonstahls (s. Fig.8)

berücksichtigt werden. Diese Modifikation wird durch einen multilinearen Ansatz der Verfestigungsfunktion problemlos möglich.  
Im vorgestellten Materialmodell kann zwischen beiden Möglichkeiten gewählt werden.



**Fig.8:** Modifizierte Spannungs-Dehnungsbeziehung für Betonstahl zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen nach [4]

## 6 Verifikation

Zur Verifikation des Materialmodells wurden mehrere Testbeispiele nachgerechnet. Im Rahmen dieses Papers sollen nichtlineare Nachrechnungen von Wandversuchen nach [8] und eines Brückenbalkens nach [2] vorgestellt werden.

### 6.1 Nachrechnung von Wandversuchen

Im Rahmen eines Forschungsprojekts „Wandartige Tragwerke aus Stahlbeton“ führten Maier und Türilmann [8] umfangreiche Bruchversuche am Stahlbetonwänden durch, von denen im Folgenden die zwei Veruche (S1 und S2) mit dem vorgestellten Materialmodell nachgerechnet werden sollen. Dabei handelt es sich um zwei Stalbeton-Schubwände mit seitlichen Flanschen, deren Geometrie und Bewehrung in Fig.9 dargestellt sind. Die Modellierung des Betons erfolgte mit linearen Volumenelementen, die Bewehrung wurde mit linearen Schalenelementen diskretisiert.

Alle Schubwände wurden im ersten Lastschritt mit einer Vertikalkraft  $F_v$  belastet. Anschließend erfolgt eine monotone Steigerung der Horizontalkraft  $F_h$  bis zum vollständigen Versagen der Wand. Die jeweiligen Lasten können Tab.2 entnommen werden.

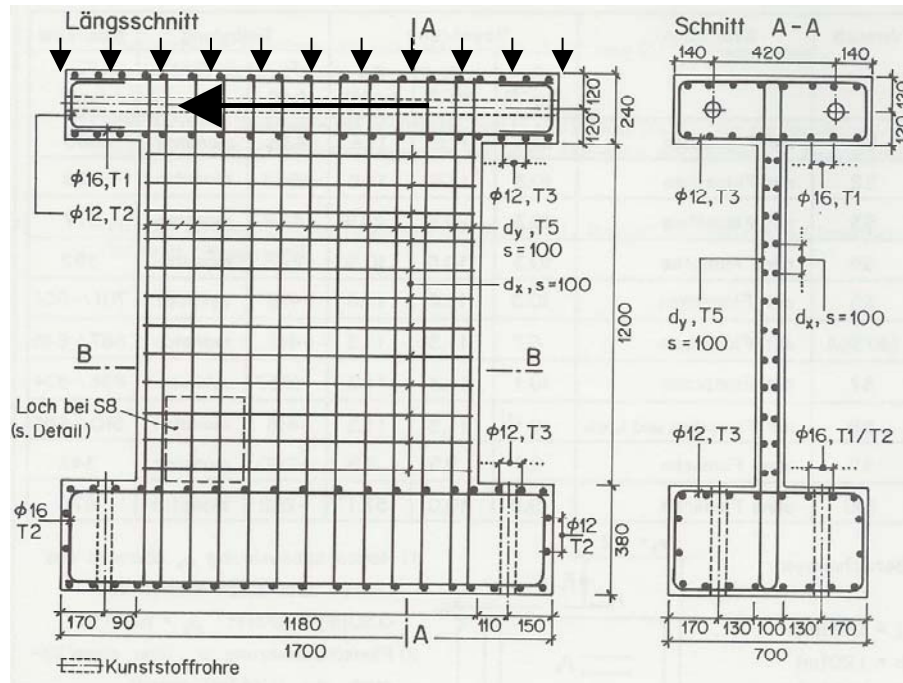
Die Materialkennwerte des Beton und Bewehrungsstahls wurden dem Versuchsbericht [8] entnommen. Sie sind in Tab.1 zusammengestellt.

Beton E-Modul	$E_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	34100
Einaxiale Betondruckfestigkeit	$f_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	36,9
Biaxiale Betondruckfestigkeit	$f_{c2}$ (N/mm <sup>2</sup> )	1,2 $f_c$
Einaxiale Betonzugfestigkeit	$f_t$ (N/mm <sup>2</sup> )	3,56
Betondehnung bei Höchstspannung	$\epsilon_{c1}$ (‰)	2,2
Betongrenzdehnung	$\epsilon_{c1u}$ (‰)	3,5
Bruchenergie	$G_F$ (Nmm/mm <sup>2</sup> )	0,1
Stahl E-Modul	$E_s$ (N/mm <sup>2</sup> )	200000
Fließgrenze	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	574
Zugfestigkeit	$f_t$ (N/mm <sup>2</sup> )	764

**Tab.1:** Materialkennwerte [8]

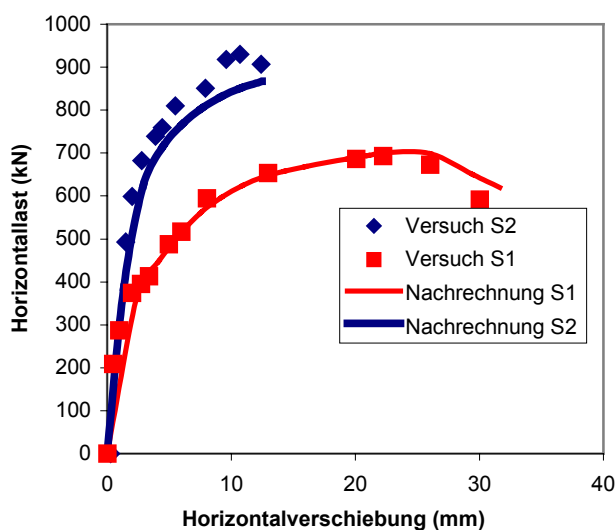
Versuch	Vertikallast $F_v$ (kN)	Gemessene Bruchlast $F_h$ (kN)	Berechnete Bruchlast $F_{h\_cal}$ (kN)	Abweichung $F_{h\_cal} / F_h$
S1	433	680	701	+ 3 %
S2	1653	928	867	- 7 %

**Tab.2:** Lasten [8]

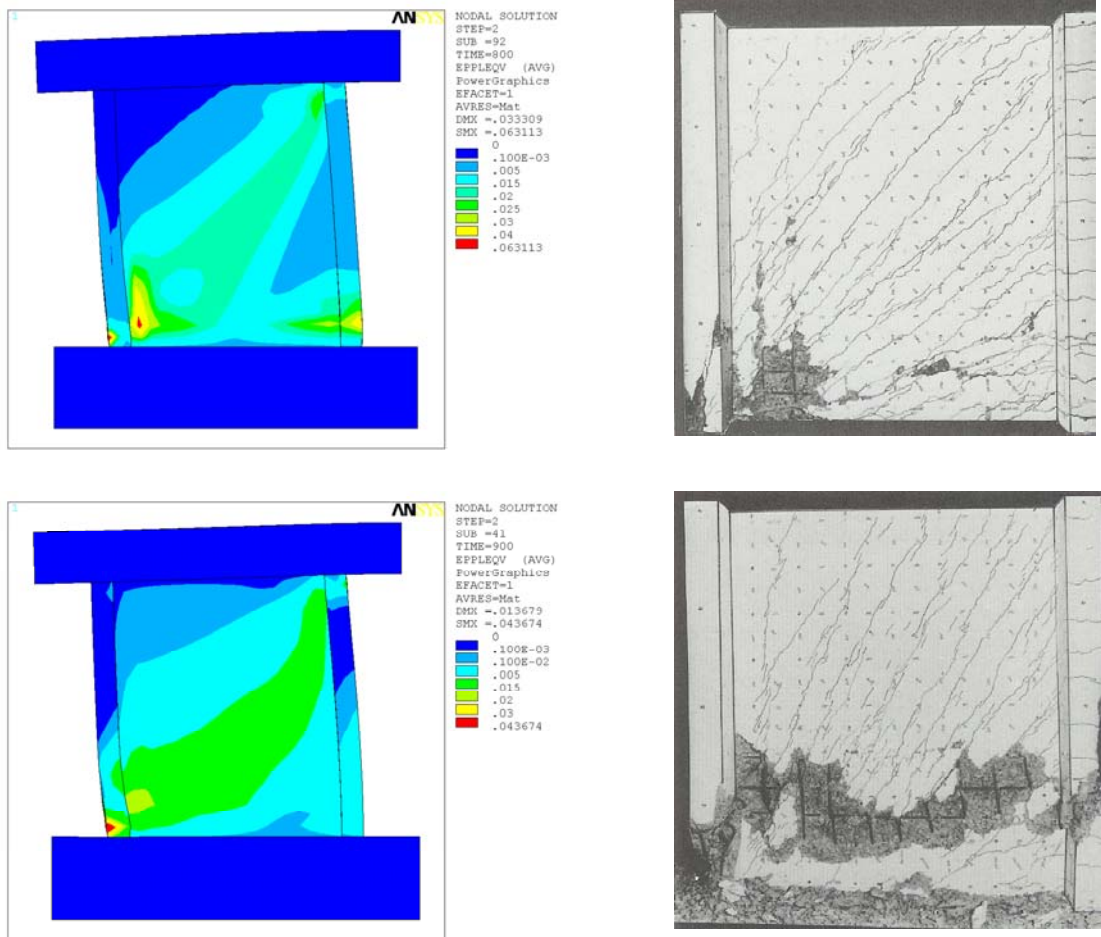


**Fig.9:** Schubwände zur Verifikation nach [8]

In Fig.10 sind die berechneten und gemessenen Last-Verschiebungslinien gegenübergestellt. Die zugehörigen Bruchbilder sind in Fig.11 enthalten. Sowohl das nichtlineare Verformungsverhalten als auch die Versagenlasten und Versagensmechanismen konnten mit dem vorgestellten Materialmodell sehr gut nachvollzogen werden.



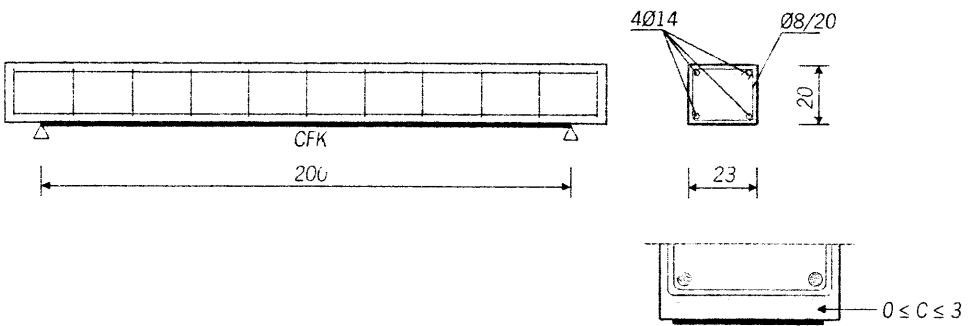
**Fig.10:** Last-Verschiebungslinien



**Fig.11:** Versagenszustand – oben Versuch S1, unten Versuch S2  
links: Berechnete plastische Vergleichsdehnungen, rechts: Bruchbilder

**6.2 Nichtlineare Berechnung eines Brückenbalkens**

Das Materialverhalten des Betons wurde nichtlinear, das des Bewehrungsstahls bi-linear angenommen. Die Materialkennwerte werden als Mittelwerte berücksichtigt. Sie betragen entsprechend [2] für den Beton  $R_D = 32 \text{ N/mm}^2$ ,  $R_U = 1,2 \cdot R_D$ ,  $R_Z = 2,0 \text{ N/mm}^2$ ,  $G_f = 100 \text{ N/m}$  und für den Bewehrungsstahl  $f_y = 430 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_t = 500 \text{ N/mm}^2$ ,  $\epsilon_u = 5 \%$ . In Fig.12 sind die Geometrie und die Bewehrung des Balkens dargestellt.



**Fig.12:** Brückenbalken zur Verifikation nach [2]

Der Vergleich der Last-Verschiebungskurve ist in Fig.13 dargestellt. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung sowohl bei der Abbildung des nichtlinearen Verformungsverhaltens als auch bezüglich der ermittelten Traglast zu erkennen.

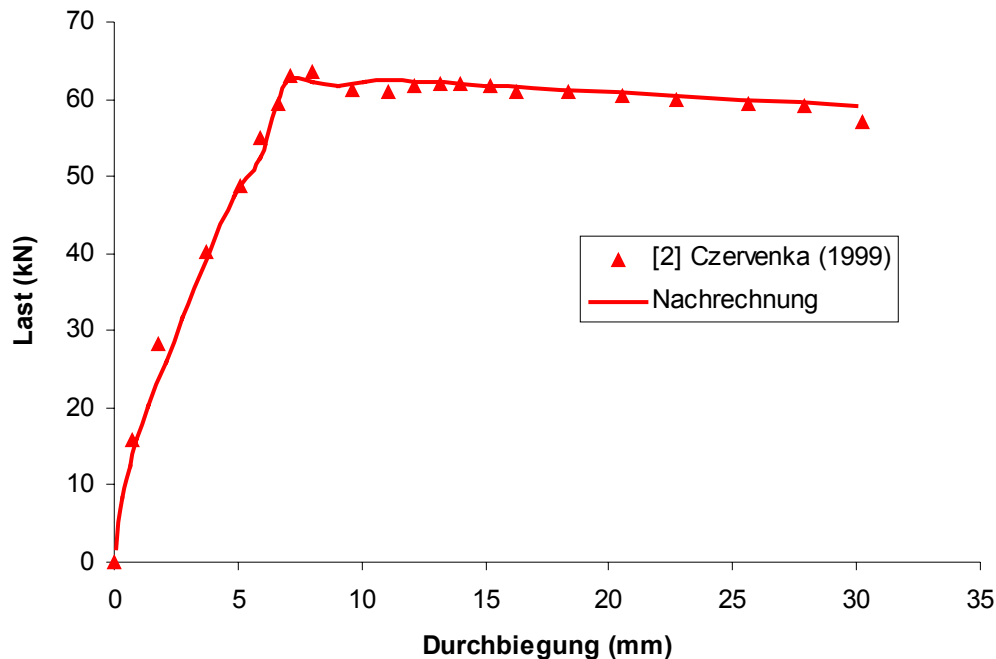


Fig.13: Last-Verschiebungslinie des Brückenbalkens nach [2]

## 7 Zusammenfassung

Es wurde ein in ANSYS implementiertes elastoplastisches Materialmodell für Beton- und Stahlbeton vorgestellt. Mit dem in [5] bzw. [4] beschriebenen Nachweiskonzept können damit den normativen Vorgaben entsprechend nichtlineare Berechnungen an Tragwerken durchgeführt werden. Die Formulierung der Fließbedingungen mit praktische gut bestimmbar bzw. bekannten Materialparametern sichert eine sehr gute praktische Anwendbarkeit. Das Materialmodell wurde an mehreren verfügbaren Testbeispielen erfolgreich verifiziert.

## Literatur

- [1] Bažant, Z.P.; Oh, B.H.: Crack band theory for fracture of concrete. Materials and Structures, RILEM, 93 (16), S. 155-177
- [2] Cervenka, C.; Bergmeister, K.: Nichtlineare Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen. Beton- und Stahlbetonbau 94, Heft 10 (1999) S.413-419
- [3] Chen, W.F.: Constitutive Equations for Engineering Materials. Vol. 2 Plasticity and Modeling. Elsevier Amsterdam - London - New York - Tokyo, (1994)
- [4] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 525 - Erläuterungen zu DIN 1045-1, Ausgabe 2003, Beut-Verlag
- [5] DIN 1045-1 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil1: Bemessung und Konstruktion, Beuth-Verlag, Ausgabe Juli 2001
- [6] Hintze, D.: Zur Beschreibung des physikalisch nichtlinearen Betonverhaltens bei mehrachsiger Spannungszustand mit Hilfe differentieller Stoffgesetze unter Anwendung der Methode der finiten Elemente. Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, Dissertation (1986)
- [7] Krätzig, W.; Mancevski, D.; Pölling, R.: Modellierungsprinzipien von Beton. In: Baustatik-Baupraxis 7. Hrsg. Meskouris Konstantin (RWTH Aachen). Balkema Verlag, Rotterdam 1999. S. 295-304
- [8] Maier, J., Thürlimann, B.: Bruchversuche an Stahlbetonscheiben. ETH Zürich, Institut für Baustatik und Konstruktion. Bericht Nr. 8003-1

- [9] Ottosen, N.S.: A Failure Criterion for Concrete. Journal of the Eng. Mech. Div. ASCE. 103, EM4, S. 527-535 (1977)
- [10] Pölling, R.: Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen. Ruhr-Universität Bochum, Dissertation (2000)
- [11] Schlegel, R.: Numerische Berechnung von Mauerwerkstrukturen in homogenen und diskreten Modellierungsstrategien. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar, Universitätsverlag (2004), ISBN 3-86068-243-1
- [12] Simo, J.C.; Kennedy, J.G.; Govindjee, S.: Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading / unloading conditions and numerical algorithms. Int. Journal for numerical methods in engineering. Vol. 26, 2161-2185 (1988)
- [13] Vonk, R.A.: Softening of concrete loaded in compression. Dissertation, Delft University of Technology (1992)
- [14] Weihe, S.: Modelle der fiktiven Rissbildung zur Berechnung der Initiierung und Ausbreitung von Rissen. Ein Ansatz zur Klassifizierung. Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, Dissertation (1995)

### **Autor**

Dr.-Ing. Roger Schlegel  
Dynardo GmbH  
Luthergasse 1d  
99423 Weimar  
Tel.: 03643 / 900838  
e-mail: Roger.Schlegel@dynardo.de