

Simulation von Brandversuchen an Mauerwerkswänden

Roger Schlegel ¹⁾, Pieter Adriani ²⁾

¹⁾ Dynardo GmbH Weimar,

²⁾ Fachhochschule Köln

Summary

Der vorliegende Beitrag stellt die Finite-Element-Simulation von Brandversuchen an Mauerwerkswänden vor. Sowohl der Temperaturverlauf als auch die daraus folgendenden mechanischen Beanspruchungen bis zum Versagen der Wand können rechnerisch sehr plausibel nachvollzogen werden. Die FEM-Berechnungen wurden mit dem Programmsystem ANSYS durchgeführt. Die mit der Optimierungsplattform optiSLang durchgeführten Sensitivitätsanalysen zeigen darüberhinaus wesentliche Einflussparameter auf. Nach der vorgestellten Vorgehensweise ist möglich Bauteile unter Brandbeanspruchung realitätsnah zu simulieren und deren Feuerwiderstandsdauer sowie die durch einen Brand verursachten Schädigungen zu prognostizieren. Außerdem ergibt sich aus der erarbeiteten Vorgehensweise ein hohes Potential, Baustoffe für ihre Tragfähigkeitsverhalten unter Brandbeanspruchung zu optimieren.

Keywords

Brandsimulation, Thermische Analyse, Mechanische Analyse, Versagensmechanismen, Feuerwiderstandsdauer

1. Einführung

Die zurzeit übliche Vorgehensweise brandschutztechnische Auflagen zu erfüllen sieht den Einsatz entsprechend klassifizierter und zugelassener Bauteile vor. Für eine derartige Klassifizierung brandschutztechnischer Bauteile gibt es im bauaufsichtlichen Verfahren drei Wege des Nachweises. Folgende Brauchbarkeitsnachweise sind möglich:

- Nachweis durch allgemeines bauaufsichtliches Prüfzeugnis nach DIN 4102,
- Nachweis durch allgemeine bauaufsichtliche Zulassung,
- Nachweis durch DIN 4102-4

Diesen Nachweisen liegt eine Brandprüfung zugrunde, in der die zu klassifizierenden Bauteile in einem Prüfofen unter der Belastung der Einheitstemperaturzeitkurve ihre tragende Funktion erfüllen müssen. Die Dauer in der die Tragfähigkeit des Bauteils unter Brandbeanspruchung erhalten bleibt entscheidet über die Einteilung in eine Feuerwiderstandsklasse.

Alternativ dazu kommen jedoch auch rechnerische Nachweisverfahren im Brandschutz zur Anwendung. Hierbei ist es z.B. möglich, bei konkreten Gebäuden, die tatsächlichen Verhältnisse aufzunehmen und mit Ihnen eine in der Realität mögliche Temperaturbelastung auf die entsprechenden Bauteile zu ermitteln und dann die unter diesen Belastungen tatsächlichen Versagensszenarien zu bestimmen. Zu diesem Zweck ist zunächst die zu erwartende Brandlast, welche von der Art der Nutzung und von der baulichen Ausbildung eines Bauwerks abhängt, zu ermitteln. Des Weiteren sind anhand der Gebäudegeometrie und den Ventilationsbedingungen die auftretenden Temperaturen zu bestimmen. Schließlich kann unter dieser Temperaturbelastung und etwaiger statischer Belastung das Tragwerk untersucht werden. Diese Art der Brandbemessung erfordert im Allgemeinen einen gesteigerten Rechenaufwand und ist nur mit Hilfe leistungsfähiger Soft- und Hardware realisierbar. Aus diesem Grund ist diese Art der Bemessung noch relativ jung. Jedoch finden sich in den Eurocodes [1] und [2] bereits Angaben darüber, in welchen Grenzen diese Berechnungen stattzufinden haben. Im Stahlbau finden solche Heißbemessungen auch schon Anwendung, jedoch fanden im Massivbau und hier insbesondere im Mauerwerksbau bis jetzt keine Berechnungen dieser Art statt. Das liegt einerseits daran, dass der Mauerwerksbau im Allgemeinen als handwerkliche Bauart verstanden wird und andererseits daran, dass Implementationen leistungsfähiger Materialmodelle zur FEM-Simulation von Mauerwerk erst in den letzten Jahren vorgestellt wurden [8]. Im vorliegenden Beitrag werden nun unter Verwendung eines in ANSYS implementierten Materialmodells für Mauerwerk [8], [9] Brandversuche an Mauerwerkswänden nachgerechnet.

Es wurden in letzter Zeit im Zuge der Einführung der DIN 1053-100 und der damit verbundenen Möglichkeit Mauerwerkswände teilweise höher zu belasten als nach DIN 1053-1, Brandversuche an 11,5 cm starken Mauerwerkswänden durchgeführt. Bei diesen Versuchen kam es teilweise vor, dass nach sehr kurzer Prüfdauer ein globales Versagen eintrat. Aufgrund dieser Problematik konzentriert sich dieser Beitrag auf die Nachrechnung von Brandversuchen an 11,5 cm starken Mauerwerkswänden.

Durch realitätsnahe numerische Simulationen von Brandversuchen können einerseits für zukünftige Prüfungen Vorhersagen getroffen werden und dadurch der Aufwand und die Kosten von Bauteilklassifizierungen minimiert werden. Andererseits kann der Einfluss der einzelnen Materialeigenschaften auf das Prüfergebnis untersucht werden, um eine eventuelle Optimierung der Materialien zu ermöglichen. Darüber hinaus ist es denkbar in Zukunft Heißbemessungen an Mauerwerkskonstruktionen durchzuführen, wie es heute schon bei anderen Bauarten gemacht wird. Ein denkbare Anwendungsgebiet wäre die Beurteilung vorhandener Mauerwerkskonstruktionen hinsichtlich ihres Feuerwiderstandes, beispielsweise bei der Nutzungsänderung eines Bestandgebäudes, um damit eine aufwändige Sanierung zu umgehen.

2. Vorgehensweise der gekoppelten thermisch-mechanischen Simulation

Bei der hier vorgestellten thermisch-mechanisch gekoppelten Berechnung wird im ersten Schritt unter Verwendung der thermischen Brandeinwirkungen und den thermischen Materialeigenschaften eine instationäre Temperaturfeldrechnung durchgeführt. Mit dem Ergebnis der Temperaturfeldrechnung, den mechanischen Einwirkungen und den mechanischen (temperaturabhängigen)

Materialeigenschaften wird im zweiten Schritt eine nichtlineare strukturmechanische Analyse durchgeführt werden. Durch die Verwendung eines speziell für Mauerwerk in ANSYS implementierten Materialmodells werden Spannungen, nichtlineare Verformungen, Lastumlagerungen, Rissbildungen und Versagensmechanismen an der brandbeanspruchten Mauerwerkstruktur berechnet. In Fig. 1 ist der thermisch-mechanisch gekoppelte Simulationsprozess in ANSYS schematisch dargestellt.

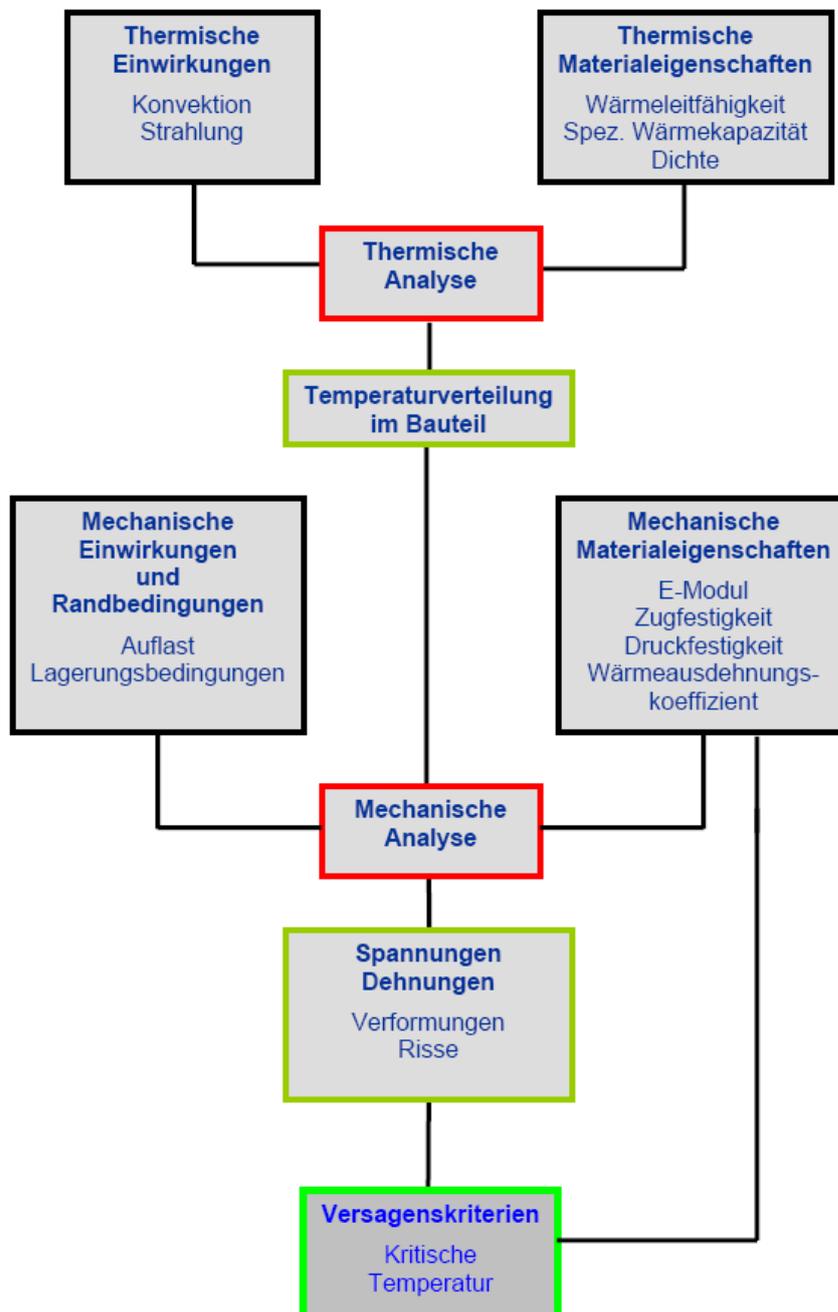


Fig. 1: Schema des thermisch-mechanisch gekoppelten Simulationsprozesses [4]

3. Brandversuche

Es wurden Brandversuche der MPA Braunschweig an Ziegelmauerwerk und Kalksandsteinmauerwerk nachgerechnet. Nachfolgend sollen jedoch exemplarisch nur die Berechnung eines Kalksandsteinversuches gezeigt werden. Es handelte sich hier um eine 11,5 cm starke Wand aus 2DF Steinen vermauert mit Mörtel der Mörtelgruppe III. Die Steine gehörten der Rohdichteklasse 1,8 und der Druckfestigkeitsklasse 20 an. Die temperaturabhängigen Materialeigenschaften wurden aus [5], [6] und [7] entnommen.

Für die Brandversuche wurden Mauerwerkwände unmittelbar vor einer wandgroßen Prüfofenkammer (s. Fig. 2) aufgemauert. Jede Mauerwerkwand wurde somit einer einseitigen Beflammung und zusätzlich einer zentrischen statischen Vertikalbeanspruchung ausgesetzt.

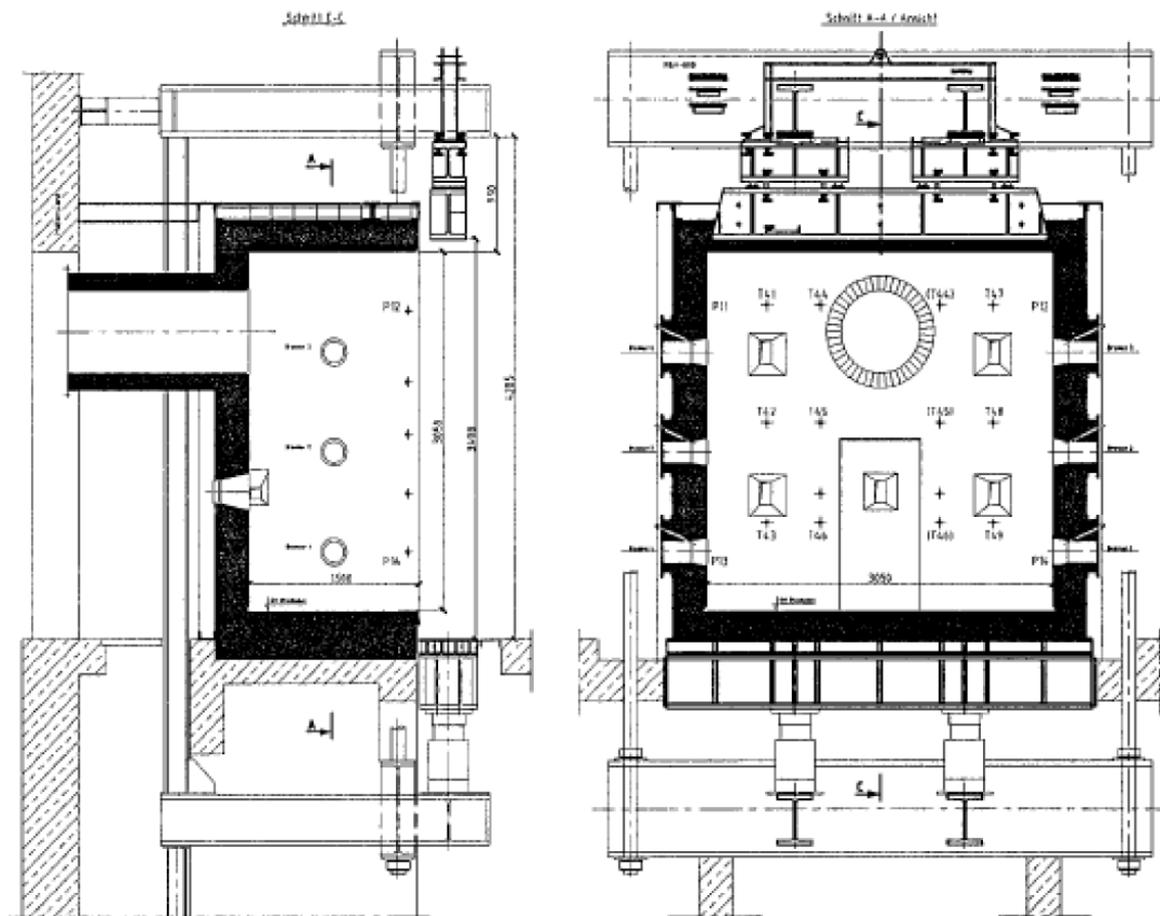


Fig. 2 Prüfeinrichtung der MPA Braunschweig [5], [4]

Die Temperaturmessungen wurden in Bauteiltiefen von 10 mm, 30 mm, 50 mm und 100 mm jeweils von der Oberfläche der beflamten Seite gemessen. Die Verformungsmessungen wurden in der halben Wandhöhe jeweils an den beiden Rändern und in Wandmitte durchgeführt.

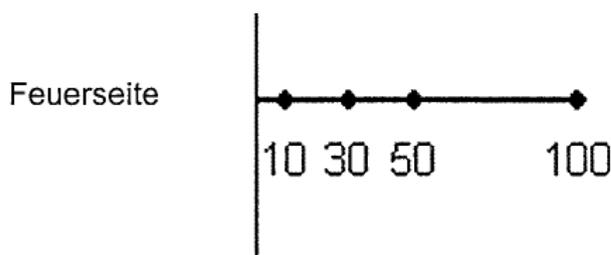


Fig. 3 Lage der Temperaturmessstellen im Wandquerschnitt [5], [4]

4. Thermische Analyse

Zur Ermittlung der Bauteiltemperaturen wurden Temperaturfeldrechnungen mit dem Finite-Element-Programm ANSYS durchgeführt. Die Temperaturverteilung in einem Körper ist einerseits von den Einwirkungen, also Wärmestrahlung und Konvektion und andererseits von den thermischen Materialeigenschaften wie Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität und Dichte abhängig. Die Branbeanspruchung wurde im hier vorgestellten Fall in Anlehnung nach DIN 4102 [3] als Wärmestromdichte auf den Probekörper aufgebracht. In die Wärmestromdichte fließen Anteile aus Konvektion und Strahlung ein. Im Allgemeinen liegt das Verhältnis von Konvektion zu Strahlung bei 80% zu 20%.

4.1 Einwirkungen

In den Brandversuchen werden die Prüfkörper nach Einheitstemperaturzeitkurve belastet. Die Einheits-Temperaturzeitkurve ist gegeben durch:

$$\theta_g = 20 + 345 \log_{10} (8 t + 1) \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (1)$$

θ_g stellt die Gastemperatur dar und t die Zeit in Minuten.

Die Einheitstemperaturzeitkurve ist in den 30er Jahren entwickelt worden, um eine normierte Beschreibung der Temperaturbelastung von Bauteilen zu erreichen. Sie ist Grundlage der Bauteilbemessung nach DIN 4102 [3]. Die Einheitstemperaturzeitkurve stellt jedoch kein Brandereignis dar wie es in der Realität denkbar wäre, denn die Temperaturen steigen immer weiter an. Es müssten also stetig Brandlasten zugeführt werden.

Der Wärmestrom aus Konvektion wird wie folgt berechnet.

$$Q = \alpha \cdot A \cdot (\theta_g - \theta_m) \quad (2)$$

mit

α	Wärmeübergangskoeffizient
A	Fläche
θ_g	Temperatur im Fluid außerhalb der Grenzschicht
θ_m	Wand-, Oberflächentemperatur
Q	Wärmestrom

Der Wärmeübergangskoeffizient α ist maßgeblich von den Randbedingungen wie der Strömung im Brandofen abhängig. Für die hier durchgeführten Berechnungen wurde wie in [5] angegeben $\alpha = 0,0025 \text{ W/m}^2\text{K}$ verwendet.

Für den Wärmestrom aus Wärmestrahlung gilt folgende Gleichung:

$$Q = A_i \cdot \Phi \cdot \epsilon_m \cdot \sigma \cdot (\theta_r^4 - \theta_m^4) \quad (3)$$

mit

A	Fläche des Strahlers
Φ	Formfaktor zwischen Flächen
ϵ_m	Emissionsgrad der Oberfläche
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante, $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ (W / m}^2 \text{ K}^4)$
θ_r	Absolute Temperatur der Strahler-Oberfläche
θ_m	Absolute Temperatur der Empfänger-Oberfläche
Q	Wärmestrom

Da im Brandversuch der Prüfkörper vollständig den Flammen ausgesetzt ist wurde der Formfaktor mit $\Phi = 1,0$ angesetzt.

Die Emissivität der Bauteiloberfläche wurde nach [1] mit $\epsilon_m = 0,8$ angesetzt.

4.2 Ergebnisse der thermischen Simulation

Bereits die Nachrechnung der aus der Brandbeanspruchung des Prüfofens resultierenden instationären Temperaturverteilung in der Mauerwerkswand mit den in der Literatur entnehmbaren Last- / Materialinputparametern ergab eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Versuchsergebnissen. Vergleiche zwischen den berechneten und gemessenen Temperaturwerten sind exemplarisch für die Messstellen 10 mm und 30 mm von der beflamten Bauteiloberfläche entfernt in Fig. 4 und Fig. 5 dargestellt.

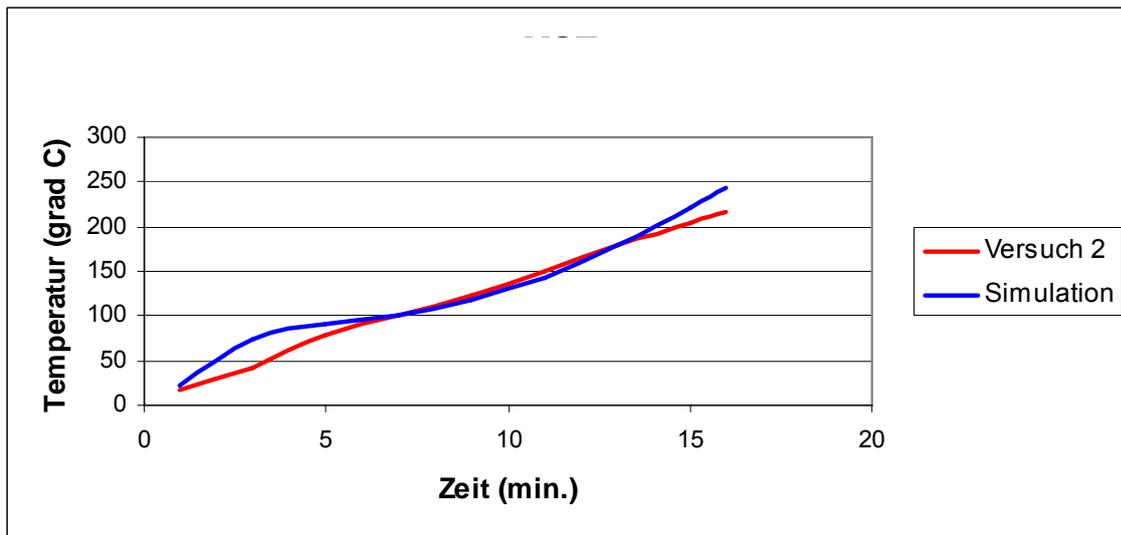


Fig. 4 Instationäre Temperaturentwicklung an der Messstelle 10 mm von der beflamten Oberseite entfernt [4]

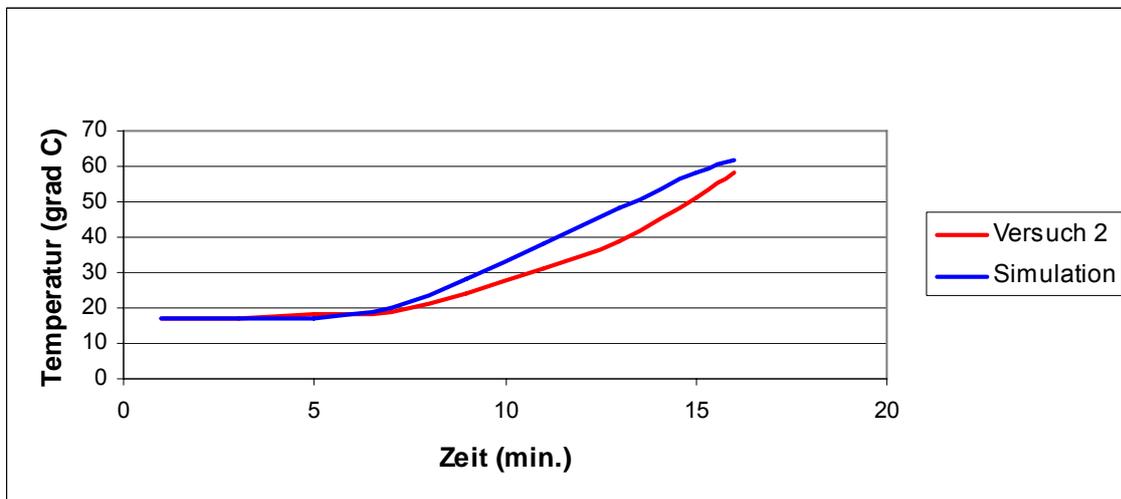


Fig. 5 Instationäre Temperaturentwicklung an der Messstelle 30 mm von der beflamten Oberseite entfernt [4]

4.3 Sensitivitätsanalyse

Um die Abhängigkeiten der Ergebnisse von den für die Berechnung notwendigen Eingabeparametern zu bestimmen, wurde eine Sensitivitätsanalyse mit der Plattform für Optimierung und stochastische Analyse – optiSLang [10] durchgeführt. Es wurden Temperaturen im Bauteil an verschiedenen Messstellen und verschiedenen Zeitpunkten auf Ihre Abhängigkeit von den thermischen Materialeigenschaften und den Parameter für die Berechnung des Wärmestroms hin untersucht.

Erwartungsgemäß konnte durch die Sensitivitätsanalyse ermittelt werden, dass die Temperaturen an den oberflächennahen Messstellen hauptsächlich von den Eingabeparametern der Brandbeanspruchung und die Temperaturen an Messstellen welche weiter hinten im Bauteil liegen fast ausschließlich von der Wärmeleitfähigkeit des Steines abhängig sind. In Fig. 6-links sind die Bestimmtheitsmaße der Inputparameter auf die Temperatur in 10 mm Tiefe von der beflamten Bauteiloberfläche als Balkenhistogramm dargestellt. Den größten Einfluss auf die Temperatur, mit einem Bestimmtheitsmaß von 60%, hat die Emissivität der Bauteiloberfläche. Das bedeutet, 60% der Streuung der Temperatur in 10 mm Tiefe von der beflamten Bauteiloberfläche sind aus der Streuung der Emissivität der Bauteiloberfläche erklärbar. Den zweitgrößten Einfluss, mit einem Bestimmtheitsmaß von 16%, hat der Wärmeübergangskoeffizient α . Wie aus den in Fig. 6-rechts dargestellten Bestimmtheitsmaßen erkennbar wird, sind die Temperaturen in zunehmender Bauteiltiefe vor allem von der Wärmeleitfähigkeit und von der Dichte der Bauteilmaterials abhängig.

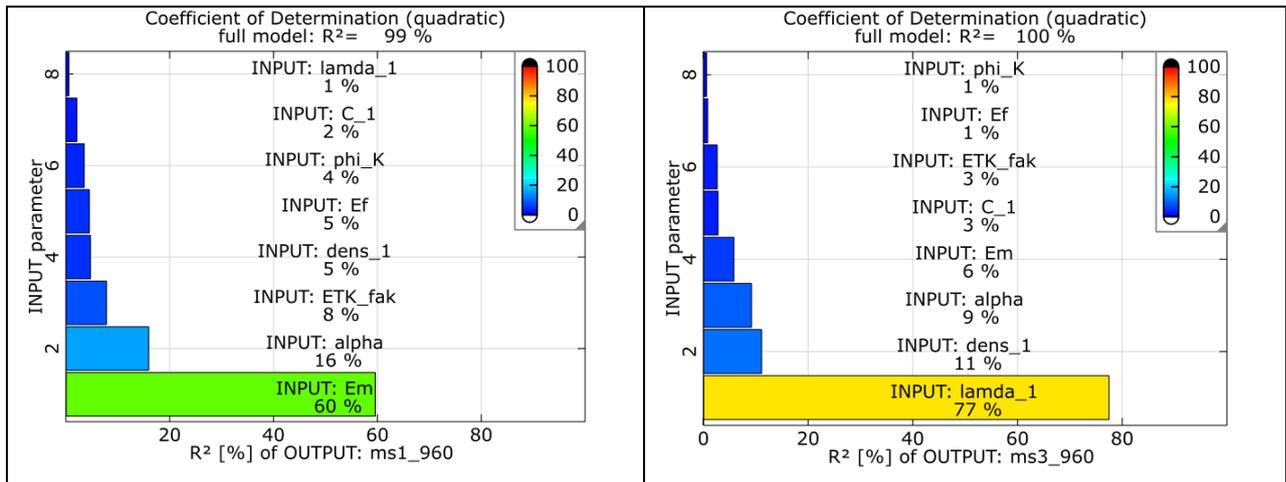


Fig. 6 Bestimmtheitsmaße der Inputparameter nach 960 sec., Links: für Messstelle 10 mm von der beflamten Oberseite entfernt; Rechts: für Messstelle 30 mm von der beflamten Oberseite entfernt

5. Mechanische Analyse

In Fig. 7 ist das mechanische Modell der Mauerwerkwand dargestellt. Im Versuchsaufbau ist die Wand an der Unterseite auf einen Betonstreifen aufgemauert. Dieser Betonstreifen liegt auf einem Stahlträger, welcher wiederum auf den zwei hydraulischen Pressen aufliegt. Mittels dieser zwei hydraulischen Pressen wird die Wand belastet. Das obere Widerlager besteht aus einem Stahlträger. Zwischen diesem Stahlträger und den Prüfkörper befindet sich Zentrierleiste. Mittels dieser Zentrierleiste wird am Wandkopf eine gelenkige Lagerung erreicht. Am Wandfuß kann die Wand als eingespannt betrachtet werden. Seitlich ist die Wand nicht gehalten. Der Zwischenraum zwischen Wand und Prüfkörper ist lediglich mit Mineralwolle ausgestopft.

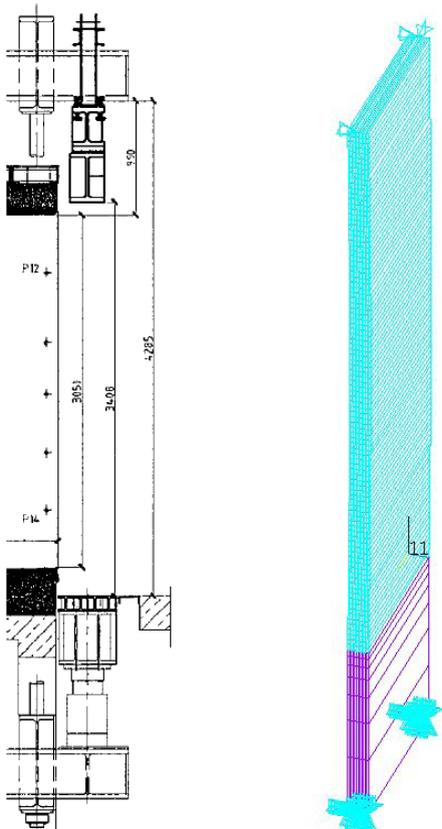


Fig. 7 Mechanisches Modell der Mauerwerkwand im Brandversuch

Da die Wand im Versuch nur oben und unten gehalten ist, war es für die Simulation nicht notwendig die Wand über die volle Breite von drei Metern abzubilden. Es wurde ein 1 Meter breiter Wandstreifen für die Berechnung generiert. Da davon ausgegangen werden kann, dass die Pressen der Prüfeinrichtung nicht unendlich steif sind und sich unter Umständen leicht verformen und verdrehen können, wurde um die Steifigkeit der Prüfeinrichtung zu berücksichtigen nicht nur das Mauerwerk, sondern zusätzlich ein 1 Meter hohes Element unter dem Prüfkörper dargestellt. Diesem Element wurden linear elastische Materialeigenschaften zugewiesen und, wie im nächsten Abschnitt beschrieben, wurde über die Variation des E-Moduls der Einfluss der Steifigkeit des Versuchsrahmens untersucht. Am Kopf der Wand wurden die mittleren Knoten in beiden horizontalen Richtungen festgehalten und auf die obere Fläche ein Druck von 57 KN/m aufgebracht. Dabei handelt es sich um die mit vereinfachten Ingenieurmethoden rechnerisch maximal mögliche Auflast nach DIN 1053-100. Das Mauerwerk und das die Prüfeinrichtung darstellende Element wurden als fest miteinander verbundene Einheit modelliert. Der Fuß dieser Einheit wurde in alle Richtungen unverschieblich gehalten.

Die Modellierung des Mauerwerks im FE-Modell erfolgte mit Hilfe eines Makro- bzw. Kontinuumsmodells. Dabei wurde die Materialbibliothek Multiplas [9] für ANSYS mit einem speziell für Mauerwerk implementierten Materialmodell verwendet.

5.1 Sensitivitätsanalyse

Zur Ermittlung der für die Feuerwiderstandsdauer der untersuchten Mauerwerkswand maßgebenden Inputgrößen wurde eine Sensitivitätsanalyse der mechanischen Analyse mit optiSLang durchgeführt. Die Inputgrößen und die ihnen unterstellte Streuung sind in Tab. 1 zusammengestellt. Der temperaturabhängige E-Modul des Mauerwerks wurde in Abhängigkeit des E-Moduls bei 20°C berücksichtigt, so dass nur der E-Modul bei 20°C variiert werden musste. Der Wärmeausdehnungskoeffizient wurde bei der Eingabe mit einem Faktor versehen, so dass nur dieser Faktor variiert werden musste. Der 1,0-fache Wert bei 20°C ist hier $5,65 \cdot 10^{-6}$. Mit dem Faktor E_St wird die Steifigkeit der Prüfeinrichtung kontrolliert.

Variable	Beschreibung	Untere Grenze	Obere Grenze
E_MW	E-Modul Mauerwerk bei 20°C (N/mm ²)	8000	12000
alp_fak	Faktor des Wärmeausdehnungskoeffizienten	0,7	1,3
fmx	Druckfestigkeit (N/mm ²)	6,0 N/mm ²	11,0 N/mm ²
ftx	Zugfestigkeit (N/mm ²)	0 N/mm ²	0,42 N/mm ²
GFF1	Bruchenergie (Nmm/mm ²)	0,0010	0,015
Gm	Zerstauchungsenergie (Nmm/mm ²)	1,0	5,0
E_St	Steifigkeit Prüfeinrichtung (Faktor)	0,25	1,0

Tab. 1: Inputparameter der Sensitivitätsanalyse

Als Antwortgrößen wurde hier die maximale Verformung nach 10 Minuten (ux_600) und nach 16 Minuten (ux_max) Prüfdauer untersucht. Die Verformung nach 16 Minuten Prüfdauer lag im Versuch zwischen 4,9 cm am Rand und 7,8 cm in der Mitte.

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse sind in Tab. 2, Fig. 8 und Fig. 9 dargestellt. In Tab. 2 sind die statistischen Maße der Ergebnisgrößen angegeben. Sowohl aus der in Fig. 8 dargestellten linearen Korrelationsmatrix als auch aus dem in Fig. 9 gezeigten Histogramm der Bestimmtheitsmaße wird deutlich, dass die nichtlineare Verformung der Mauerwerkswand deutlich dominierend von der Größe des Wärmeausdehnungskoeffizienten (der bei Kalksandsteinmauerwerk deutlichen Schwankungen unterliegen kann) beeinflusst wird.

Response	Mittelwert	Minimum	Maximum	CoV	CoD lin[%]	CoD quad [%]
ux_600	0.0252	0.008	0.034	0.321	99.0	100.0
ux_max	0.0252	0.0115	0.043	0.368	99.0	100.0

Tab. 2: Statistische Auswertung der Antwortgrößen der Sensitivitätsstudie

Alle anderen Eingabe-Parameter haben demgegenüber nur einen relativ geringen Einfluss auf die Verformung des Wandprüfkörpers. Selbst die Zugfestigkeit hat mit einer Korrelation von 14% einen wesentlich geringeren Einfluss auf die Verformung. Es ist also möglich, allein durch die Steuerung des Wärmeausdehnungskoeffizienten, die Verformung der Brandwand und damit auch ihren Feuerwiderstand maßgeblich zu beeinflussen.

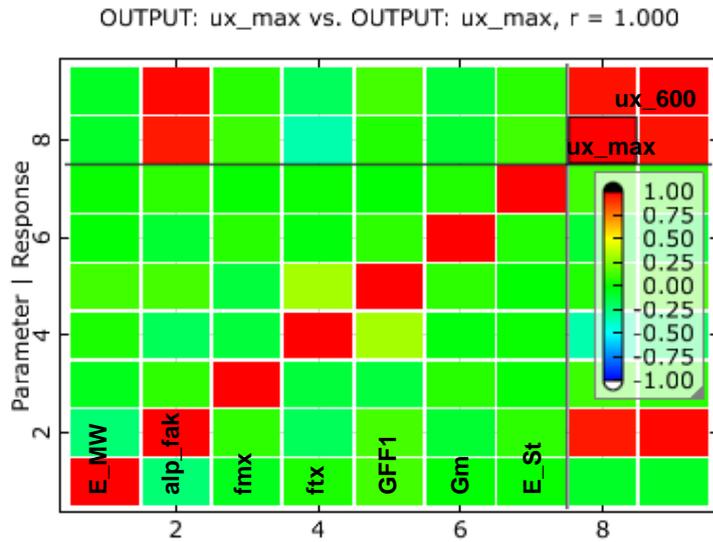


Fig. 8: Matrix der linearen Korrelationskoeffizienten

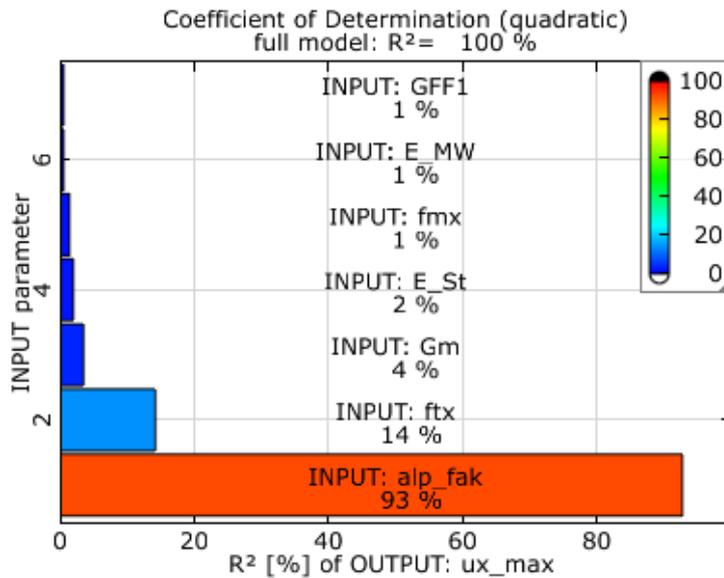


Fig. 9: Bestimmtheitsmaße der Inputgrößen zu ux_max

In [2] ist der Wärmeausdehnungskoeffizient für 20°C mit $\alpha_T = 5,65 \cdot 10^{-6}$ [1/K] angegeben. Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse wurden jedoch aufgrund der Ergebnisse der Sensitivitäts-Analyse mit dem in [6] angegebenen Wert von $\alpha_T = 8 \cdot 10^{-6}$ [1/K] gerechnet. In Fig. 10 und Fig. 12 sind die Verformungen der Wand im Versuch mit denen der Simulation gegenübergestellt. Es kann festgestellt werden, dass die Größe der Verformung und der qualitative Verlauf durch die FE-Simulation gut nachvollzogen werden können. Allerdings wies die Wand im Versuch auch eine Verdrehung um die Höhenachse auf, deren Ursache in Unstimmigkeiten des Versuchsaufbaus zu suchen sind. Diese waren den Modellannahmen entsprechend in der Simulation nicht nachvollziehbar. Ein Vergleich der in Fig. 11 und Fig. 12 dargestellten plastischen Dehnungen der Simulation mit dem im Brandversuch ermittelten Rissbild (Fig. 12) zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Schädigungs- bzw. Versagensmechanismen.

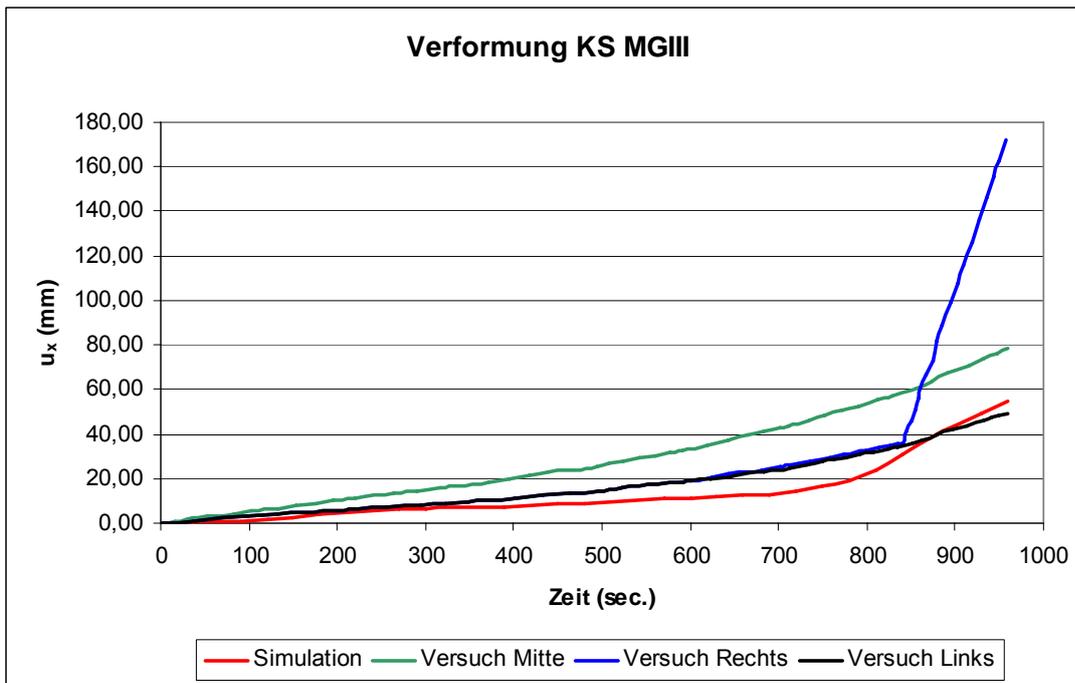


Fig. 10: Verformungen über die Zeit von Versuch und Simulation

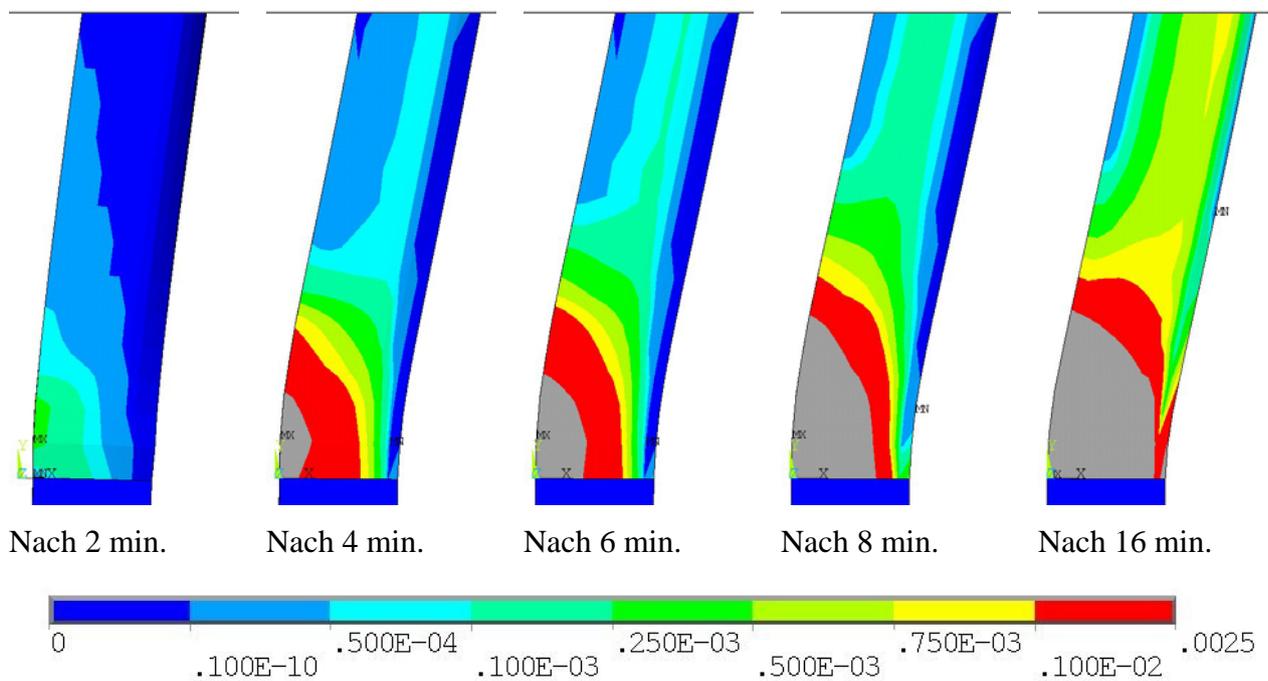


Fig. 11: Plastische Dehnungen am Fußpunkt der Wand zu verschiedenen Zeitpunkten.

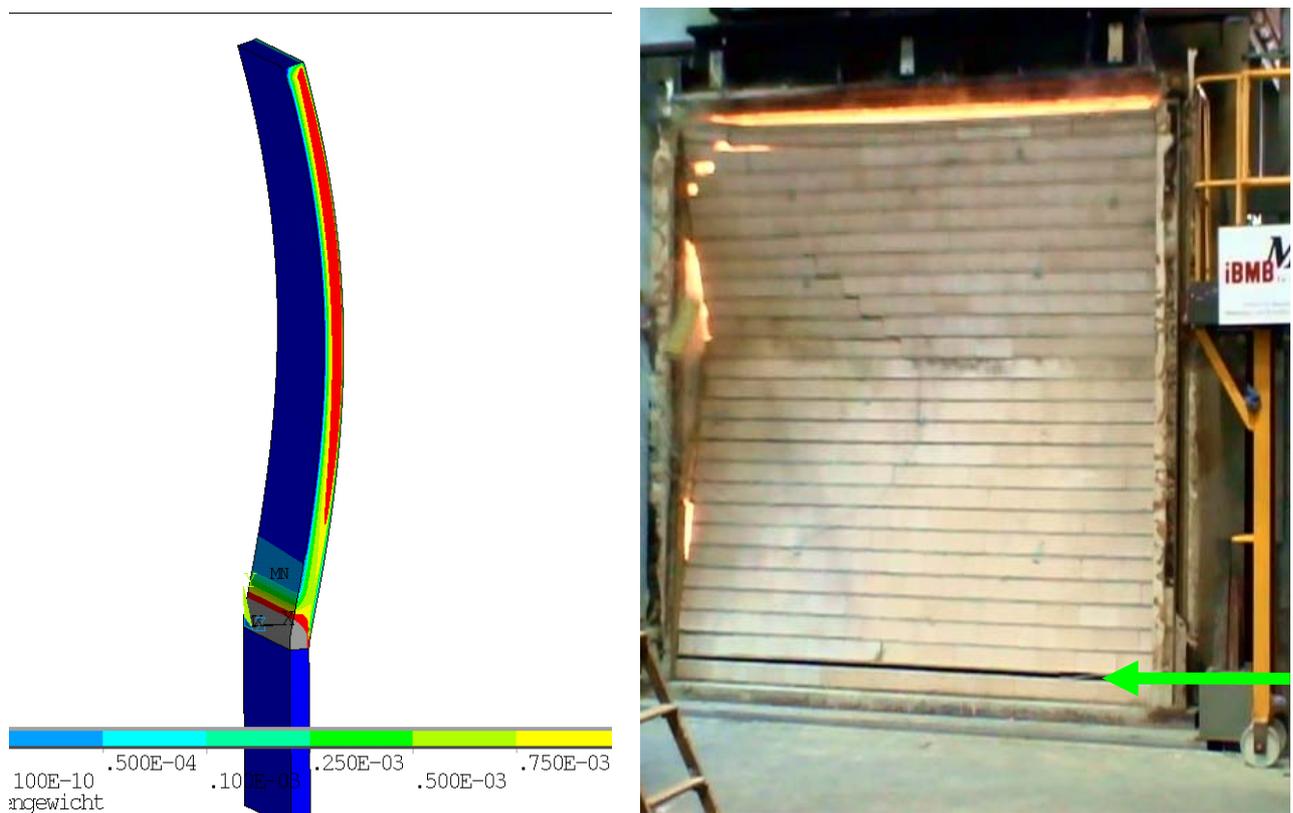


Fig. 12: Links - Verformter Prüfkörper nach 16 min mit Angabe der plastischen Dehnungen, Rechts – zugehöriges Versagensbild des Brandversuchs nach 16 min.

6. Zusammenfassung

Mit der vorgestellten Vorgehensweise lassen sich massive Wände aus Mauerwerk oder Beton bzw. Stahlbeton sehr gut auf ihre Feuerwiderstandsdauer im Brandfall untersuchen. Die Prognosefähigkeit der gewählten Modellierung konnte durch die hier in Auszügen dargestellte Nachrechnung von Brandversuchen nachgewiesen werden. Mit Hilfe der Optimierungsplattform optiSLang ist im Weiteren möglich, Tragstrukturen auf ihre Feuerwiderstandsdauer zu optimieren.

7. References

- [1] DIN EN 1991-1-2, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-2: Allgemeine Einwirkungen – Brandeinwirkungen auf Tragwerke, September 2003
- [2] DIN EN 1996-1-2, Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall, Oktober 2006
- [3] DIN 4102 Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen, Mai 1998
- [4] Adriani, P.: Untersuchung des Verhaltens von Mauerwerk unter Hochtemperaturbeanspruchung. Diplomarbeit, Fachhochschule Köln, 2007
- [5] Hahn, C.; Hosser, D.; Richter, E.: Entwicklung eines rechnerischen Nachweisverfahrens für das Brandverhalten von Mauerwerk. Forschungsbericht Nr. 91046/6713, TU Braunschweig (1996)
- [6] Schmidt, U.; Schubert, P.: Festigkeitseigenschaften von Mauerwerk. In Mauerwerkkalender 2004, Ernst & Sohn, Berlin
- [7] Schubert, P.: Festigkeitseigenschaften von Mauerwerk, Mauersteinen und Mauermörtel. In Mauerwerkkalender 2005, Ernst & Sohn, Berlin
- [8] Schlegel, R.: Numerische Berechnung von Mauerwerkstrukturen in homogenen und diskreten Modellierungsstrategien. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar, Universitätsverlag (2004) ISBN 3-86068-243-1
- [9] Schlegel, R.: Materialmodelle für das Bauwesen und die Geotechnik in ANSYS. 24. CAD-FEM USER'S MEETING, Int. FEM-Technologietage 25.-27. Oktober 2006, Stuttgart
- [10] Dynardo - optiSLang the optimizing Structural Language for Sensitivity Analysis, Multidisciplinary Optimization, Robustness Evaluation and Reliability Analysis, Version 2.1 Users Manual 2006