

**Vorträge**

**Effiziente Sensitivitätsanalyse  
in der industriellen Produkt-  
entwicklung**

Thomas Most & Johannes Will

# Effiziente Sensitivitätsanalyse in der industriellen Produktentwicklung

Thomas Most, Johannes Will

Dynardo – Dynamic Software and Engineering GmbH, Luthergasse 1d, 99423 Weimar

## 1 Einleitung

Sensitivitätsanalysen sind dazu geeignet, Unsicherheiten in Modellantwortgrößen den Modelleingangsgrößen zuzuweisen. Innerhalb einer Robustheitsanalyse mittels virtueller Modelle können mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse im Falle nichtrobusten Verhaltens des untersuchten Systems die maßgeblich verantwortlichen Eingangsgrößen identifiziert werden und entsprechende Maßnahmen sinnvoll eingeleitet werden. Alternativ zur Anwendung innerhalb der Robustheitsanalyse ist eine Sensitivitätsanalyse sinnvoll, um für eine Optimierungsfragestellung wichtige Designvariablen zu identifizieren und Mechanismen und Zusammenhänge zu erkennen. Eine Reduktion der Anzahl der zu untersuchenden Designvariablen auf wichtige Größen ermöglicht meist eine weitaus effizientere Lösung des Optimierungsproblems.

## 2 Varianzbasierte Sensitivitätsanalyse

Bei der globalen Sensitivitätsanalyse wird der Einfluss der Modelleingangsgrößen auf die Modellantwortgrößen in einem bestimmten Bereich untersucht. Bei stochastischen Variablen wären das die Bereiche, die durch die Verteilungen vorgegeben sind, und bei Optimierungsvariablen entsprechen diese dem Designraum, der durch die unteren und oberen Schranken definiert ist. Bei der globalen varianzbasierten Sensitivitätsanalyse wird nun nicht der Einfluss an einem lokalen Entwicklungspunkt untersucht, sondern die Variation der Antwortgrößen wird der Variation der Eingangsvariablen zugeordnet (Saltelli 2008). Dabei wird zwischen Effekten erster Ordnung, welche den Einfluss einer Eingangsgröße allein beschreiben, und Effekten höherer Ordnung unterschieden, welche die Interaktionen zwischen den Eingangsgrößen darstellen. Für praktische Anwendungen sind allerdings existierende varianzbasierte Maße entweder nicht ausreichend genau (z.B. Korrelationskoeffizienten bilden nur eindimensionale Zusammenhänge ab) oder sind hinsichtlich der Zahl der Modellauswertungen zu aufwendig (Sobol Indizes können beliebige Zusammenhänge abbilden, benötigen aber mehrere tausend Modellaufrufe). Aus diesem Grund hat die Dynardo GmbH ein Konzept entwickelt, um für komplexe Aufgabenstellungen mit vielen Eingangsvariablen die Variablenwichtigkeiten mit möglichst wenig Modellaufrufen zu berechnen.

## 3 Metamodell Optimaler Prognose (MOP)

Bei dem Metamodell Optimaler Prognosefähigkeit werden die untersuchten Modellantwortgrößen durch eine Approximationsfunktion ersetzt. Ein etabliertes Vorgehen dafür stellt die Antwortflächenmethode dar, bei der generell polynomiale Approximationsfunktion verwendet werden. Die Approximationsqualität wird bei Polynomen in der Regel mit dem Bestimmtheitsmaß abgeschätzt (Coefficient of Determination – CoD). Allerdings ist dieses Maß für eine geringe Zahl von Stützstellen oder mit steigendem Polynomansatz viel zu optimistisch, wie Abbildung 1 zeigt. Weiterhin ist das Bestimmtheitsmaß nur für Polynome anwendbar, was den Einsatz komplexerer aber eventuell genauerer Approximationsmethoden erschwert.

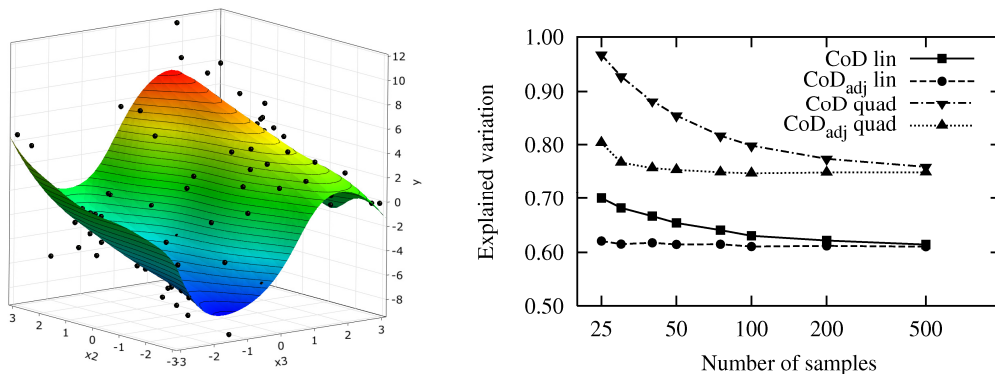


Abb. 1: Untersuchte nichtlineare Funktion (links) mit 3 wichtigen und 2 unwichtigen Eingangsvariablen und Bewertung der Qualität der Polynomapproximation (rechts) in Abhängigkeit der Stützstellenanzahl mit Hilfe des Coefficient of Determination (CoD)

Zur objektiven Bewertung der Approximationsqualität von Metamodellen hat die Dynardo GmbH den Koeffizient der Prognosefähigkeit (Coefficient of Prognosis – CoP) eingeführt (Most & Will 2011). Dieser schätzt auf Basis von Kreuzvalidierungen die durch das Metamodell erklärbare Varianz ab. In Abbildung 2 ist dargestellt, wie sich der CoP für eine Moving Least Squares Approximation (MLS) verhält. Dabei wird das erwartete Verhalten, dass wenige Stützstellen auch eine schlechtere Approximationsqualität hervorrufen, auch abgebildet. Weiterhin zeigt die Abbildung, dass das lokale angepasste MLS Verfahren mit steigender Stützstellenanzahl den Funktionsverlauf immer besser reproduzieren kann. Werden in dem Approximationmodell nun noch die beiden unwichtigen Variablen entfernt, erhöht sich die Approximationsqualität signifikant.

Das bedeutet, dass die Identifikation der wichtigen Variablen für ein komplexes Modell die Anwendbarkeit von Metamodellen deutlich verbessert und oftmals erst ermöglicht. Innerhalb der Prozedur zur Generation des MOP werden nun verschiedene Metamodelltypen mit verschiedenen Variablenkombinationen analysiert. Das optimale Metamodell in Kombination mit der optimalen Variablenkombination liefert dann den maximalen CoP (siehe Abbildung 2).

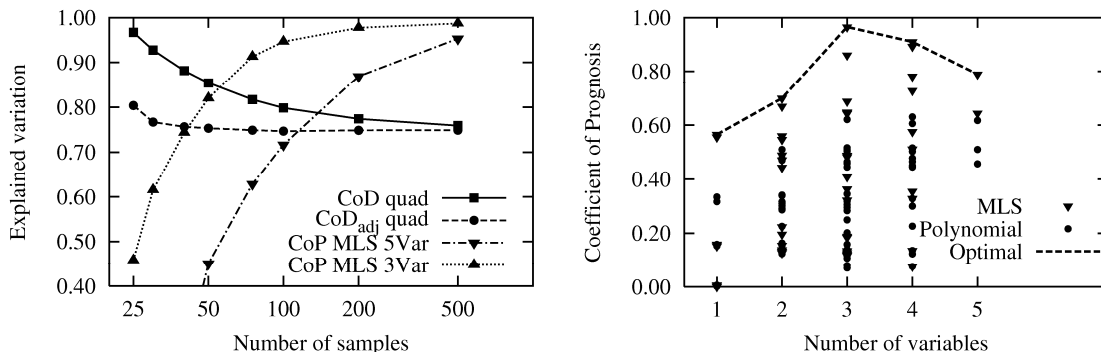


Abb. 2: Konvergenz des Coefficient of Prognosis (CoP) für die MLS-Approximation der nichtlinearen Funktion (links) und CoP in Abhängigkeit des Approximationsmodells und der Variablenkombinationen (rechts)

Vergleicht man nun die Approximationsqualität des MOP für eine steigende Dimension mit anderen üblichen Approximationsmethoden wie Kriging, Support Vector Regression (SVR) oder auch neuronalen Netzwerken (ANN), so stellt man fest, dass nicht die immer komplexere Approximationsmethodik sondern die sinnvolle Reduktion des Variablenraumes die Analyse hochdimensionaler Probleme ermöglicht.

Unter Verwendung der gefundenen optimalen Approximation im optimalen Variablenraum werden schlussendlich die Wichtigkeiten der Eingangsvariablen mit Sobol-Indizes abgeschätzt. Die Gesamtqualität des MOP gegeben durch den CoP gibt nun einen Hinweis auf die nicht erklärbare Varianz und liefert Indizien für mögliche numerische Ungenauigkeiten im Modell, auch Solverrauschen genannt, oder stark nichtlineare Effekte.

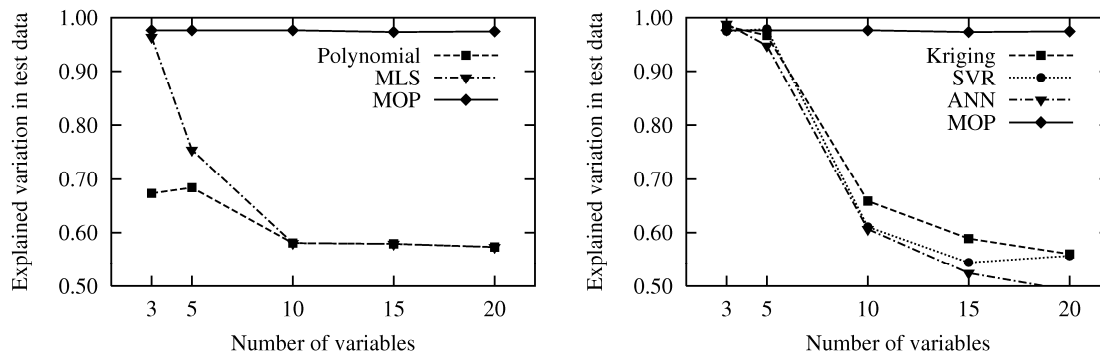


Abb. 3: Vergleich der Approximationsqualität des MOP mit anderen Approximationsverfahren für die nichtlineare Funktion unter Erhöhung der Dimension (Variablen ohne Einfluss werden hinzugefügt)

#### 4 Anwendungsbeispiel

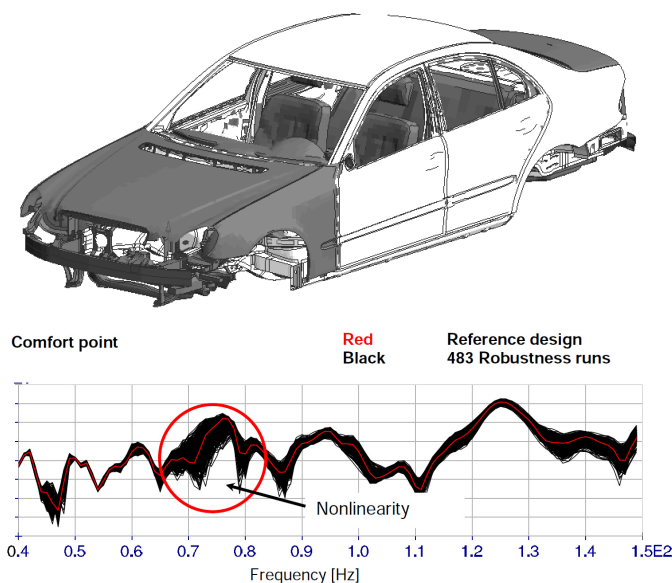


Abb. 4: Untersuchte Karosseriestruktur und Frequenzanalyse mit kritischen Resonanzen

Anhand dieses Beispiels wird der MOP Ansatz innerhalb einer Robustheitsbewertung für eine Aufgabenstellung im Automobilbereich angewendet (Will et al. 2004). Bei dieser „Noise Vibration Harshness“ Analyse werden 46 Blechdicken im Bereich +/-20% variiert. Die Intensität des Schwingverhaltens wird für verschiedene Frequenzen untersucht.

Aufgrund der sehr aufwendigen Finite-Elemente Simulationen, eignet sich der MOP Ansatz hervorragend, um die wichtigen Variablen zu identifizieren. In Tabelle 1 sind die ermittelten Einzelwichtigkeiten sowie die Approximationsqualität für verschiedene Stützstellenanzahlen aufgeführt. Die Stützstellen wurden mit Latin Hypercube Sampling erzeugt.

Die Tabelle zeigt, dass auch für eine relative geringe Anzahl von Stützstellen die wichtigsten Variablen gefunden werden. Wenn die Stützstellenanzahl erhöht wird, werden zusätzlich auch weniger wichtige Variablen im Approximationsmodell berücksichtigt. Infolge der besseren Approximationsqualität erhöht sich der Einfluss der identifizierten Interaktionsterme mit steigender Stützstellenanzahl von etwa 5 auf 11%. In Abbildung 5 ist die ermittelte, optimale Approximationsfunktion in Abhängigkeit der beiden wichtigsten Variablen dargestellt. In der Abbildung ist zu erkennen, dass auch mit nur 100 Stützstellen der funktionale Zusammenhang abgebildet wird.

Samples	100	200	400	600	800
Full model	90.9%	91.7%	95.7%	96.3%	96.9%
D_THI5	-	-	2.4%	2.3%	2.7%
D_THI6	6.0%	5.3%	8.2%	8.3%	8.7%
D_THI20	41.3%	42.7%	42.3%	43.4%	42.2%
D_THI23	49.1%	48.0%	50.7%	51.0%	53.8%

Tabelle 1: Erklärbare Varianz der MOP-Approximation und zugehörige Einzelwichtigkeiten der Eingangsvariablen für eine steigende Anzahl von Stützstellen

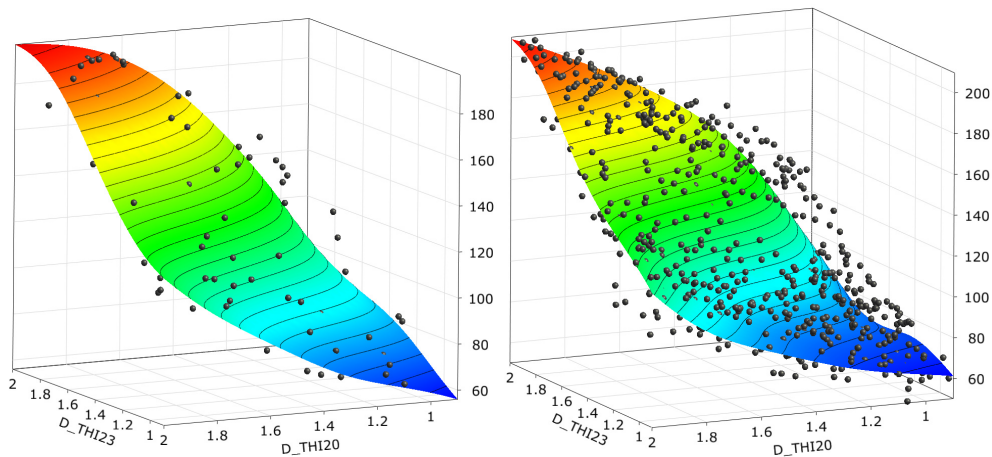


Abb. 5: Approximation einer Frequenz im Subraum der beiden wichtigsten Variablen für 100 Stützstellen (links) und für 800 Stützstellen (rechts)

## 5 References

- [1] Saltelli, A. et al.: „Global Sensitivity Analysis. The Primer.“, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, England, 2008
- [2] Most, T. & Will, J.: „Sensitivity analysis using the Metamodel of Optimal Prognosis“, Tagesband der Weimarer Optimierungs- und Stochastiktage 8.0, 2011
- [3] Will, J., Möller, J.-S. & Bauer, E.: „Robustness evaluations of the NVH comfort using full vehicle models by means of stochastic analysis.“ Tagungsband VDI Kongress „Berechnung und Simulation im Fahrzeugbau“, VDI-Berichte 1846, Seiten 505-525, 2004