

Vorträge

Identifikation räumlich korrelierter Bodenkenngrößen

Thomas Most

Identifikation räumlich korrelierter Bodenkenngrößen

Um Unsicherheiten in Sicherheitsnachweisen im Erd- und Grundbau sinnvoll zu berücksichtigen, ist eine realitätsnahe Abschätzung ihrer statistischen Eigenschaften erforderlich. Die wesentliche Unsicherheit resultiert aus dem Baugrundmodell, denn Bodenkenngrößen weisen in der Regel eine räumliche Verteilung auf. Die Identifikation der zugehörigen Korrelationsstruktur auf Basis von Messdaten ist eine zentrale Aufgabe bei einer zuverlässigkeitsorientierten Baubemessungspraxis. In diesem Beitrag werden existierende Identifikationsverfahren diskutiert. Da diese im Allgemeinen von normalverteilten Messdaten ausgehen, wird eine Erweiterung für nicht-normalverteilte Daten vorgestellt und die Anwendung an Hand zweier Praxisbeispiele dokumentiert.

Identification of spatially correlated soil properties. *The consideration of uncertainties in geotechnical design requires a realistic estimation of their corresponding statistical properties. Since soil parameters show generally a significant spatial variation, the identification of the associated correlation functions using measurement data is an important engineering task. In the present study existing identification approaches are discussed. Due to the limitation of these methods to normally distributed measurements we present an extension for non-normal data which is finally applied for two case studies from real building sites.*

1 Einleitung

Mit dem Anspruch einer besseren Transparenz von Risiken hat in den letzten Jahren auch bei den Sicherheitsnachweisen im Erd- und Grundbau die Berücksichtigung von Unsicherheiten an Bedeutung gewonnen. Die Unschärfe der Prognose des Trag- und Verformungsverhaltens geotechnischer Bauwerke resultiert aus der ungenauen Kenntnis der Einwirkungen, aus der Qualität der verwendeten mechanischen Modelle und im Wesentlichen aus der unvollständigen Kenntnis des Baugrunds mit seiner räumlichen Variabilität der mechanischen Eigenschaften. In der zuverlässigkeitsorientierten Bemessungspraxis werden auf Basis eines Unsicherheitsmodells verschiedene Typen probabilistischer Analysen durchgeführt. Zur Berücksichtigung der Variabilität der Baugrundeigenschaften werden hauptsächlich Zufallsvariablen oder stochastische Felder verwendet. Eine zentrale Rolle spielen dabei neben Unsicherheits- und Sensitivitätsuntersuchungen die Zuverlässigkeitsanalysen [1]. Beispiele geotechnischer Nachweise und Bemessungen mit einer Berücksichtigung von Zufallsvariablen aufgrund unsicherer Bodenkenngrößen finden sich in [2], [3],

[4] und [5]. Räumliche Streuungen der mechanischen Eigenschaften können mittels stochastischer Felder in Finite-Elemente-Berechnungen mit einer elementweisen Zuordnung von Parametern berücksichtigt werden (Random Finite Element Method) [6], [7]. Bei diesen Anwendungen werden die angenommenen Verteilungen der Zufallsvariablen und -felder als exakt bekannt und zutreffend vorausgesetzt und entsprechend in den Analysen behandelt. Dies birgt allerdings in sich wieder eine eigene Unschärfe, da diese Verteilungen in der Regel aus einer geringen Anzahl von Messungen geschätzt werden und statistische Unsicherheiten sowie Messfehler entsprechende Ungenauigkeiten in diese Schätzung einbringen.

In diesem Beitrag werden Verfahren zur Ermittlung der statistischen Kenngrößen räumlich variierender Bodenkenngrößen untersucht. Aufbauend auf existierenden Verfahren unter Annahme normalverteilter Kennwerte [8] werden Methoden zur Behandlung von nicht-normalverteilten Daten vorgestellt. Zusätzlich zur eigentlichen Identifikation der benötigten Parameter wie Mittelwert, Standardabweichung und Korrelationsfunktionen wird die Genauigkeit dieser Parameter abgeschätzt. Dies ermöglicht eine Bewertung der gewonnenen Aussagen und eine spätere Berücksichtigung in einer Zuverlässigkeitsanalyse mit ungenauen Verteilungen wie in [9] am Beispiel einer Flachgründung vorgestellt.

2 Bedeutung von unsicheren Bodenkenngrößen beim geotechnischen Entwurf

Die Problematik der Unschärfe im Ingenieurwesen und speziell in geotechnischen Nachweisen wurde schon früh diskutiert und durch unterschiedliche Sicherheitsanforderungen berücksichtigt. Mit einer ersten Welle probabilistischer Ansätze wandelte sich der subjektive Glaube an eine Sicherheit in die Gewissheit einer objektiven Versagenswahrscheinlichkeit. Konkrete geotechnische Anwendungen scheiterten aber meist an der Unkenntnis der realitätsnahen Parameterverteilungen und Korrelationsstrukturen der Baugrundkennwerte. In der Folge wurden die Nachweismethoden nach dem Teilsicherheitskonzept entwickelt, wie sie heute in den Regelwerken DIN 1054 [10] und EC 7 [11], [12] verbindlich vorgeschrieben sind. Die Bemessung mit Partialsicherheiten entfernte sich von der probabilistischen Berücksichtigung der Grenzzustandsvariablen und führte lediglich zu einer anderen deterministi-

schen Sicherheitsdefinition, welche anstelle von Globalsicherheiten Partialsicherheiten betrachtet. Der Einfluss der einzelnen Komponenten der Unsicherheit auf die Bemessung könnte über die Teilsicherheitsfaktoren berücksichtigt werden. In den Regelwerken wurden sie aber so festgelegt, dass sich keine Abweichungen zum bisherigen Sicherheitsniveau ergeben. In der Bemessungspraxis wird der Unsicherheit der Baugrundeigenschaften, dem wesentlichen Einflussfaktor der Prognosequalität, auf zwei Weisen begegnet: DIN 4020 [13] und EC 7 Teil 2 [12] schreiben die Qualität und den Mindestumfang der Erkundung vor. Hierdurch soll statistisch betrachtet der Stichprobenumfang festgelegt und die Streuung erfasst oder eingegrenzt werden. DIN 1054 [10] und EC 7 Teil 1 [11] gehen davon aus, dass mit der meist subjektiven Wahl der charakteristischen Kenngrößen der Einfluss der Variabilität der Baugrundeigenschaften, die räumliche Streuung der Bodenkenngrößen hinreichend berücksichtigt ist, indem sogenannte ungünstige Mittelwerte in die Berechnungen und Sicherheitsnachweise einfließen. Sind genügend Baugrunddaten vorhanden, können die charakteristischen Kenngrößen auch auf statistischer Grundlage ermittelt werden [14]. Bei diesem Vorgehen sollte bekannt sein, welche Eintrittswahrscheinlichkeit in den angenommenen charakteristischen Kenngrößen steckt. Der Einfluss der Partialsicherheit auf die Zuverlässigkeit des geotechnischen Bauwerks ist damit aber noch nicht transparent fassbar.

Die Unsicherheiten in den Aussagen und Prognosen des geotechnischen Ingenieurwesens entstehen aus den spezifischen probabilistischen und stochastischen Einflüssen, die von der Baugrunderkundung bis zur Realisierung einer Baumaßnahme auftreten. Bei einem probabilistischen Prozess wird das Ereignis durch die Realisation ein- oder mehrdimensionaler Zufallsvariablen bestimmt. Einfache geotechnische Bemessungen und Nachweise zählen hierzu, z. B. die Grundbruchsicherheit, Gleiten, Setzungen unter statischen Lasten oder die Versagenswahrscheinlichkeit einer Böschung bei zeitlich und räumlich unveränderten Bedingungen. Im Wesentlichen geht es um die Unsicherheit, die in der räumlichen statistischen Verteilung der im Grenzzustand maßgebenden Bodenkenngrößen besteht. Hierzu wird häufig eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt, in der nicht-deterministische Grenzzustandsvariablen unkorreliert mehr oder weniger systematisch variiert werden. Im Vergleich zu deterministischen Berechnungen zeigt sich, dass mit derartigen Risikosimulationen das Sicherheitsniveau häufig unterschätzt wird, wenn einfache Verteilungsfunktionen ohne Begrenzungen appliziert werden. Ein Einfluss der lokalen Variabilität lässt sich damit berücksichtigen, nicht aber eine räumliche Autokorrelationsstruktur.

Für komplexere Bemessungsaufgaben wie Standsicherheits- oder Verformungsanalysen interessieren nicht Einzelwerte, vielmehr sind hier je nach Autokorrelationsstruktur abschnittsweise Mittel- oder auch Extremwerte zu betrachten. Zu der Unsicherheit der Bestimmung von diskret deterministischen Kenngrößen und der Unschärfe des Berechnungsmodells, das ja immer nur eine Vereinfachung und nie ein konkretes Bild der Wirklichkeit ist, treten die räumliche Streuung und die Modellierung der Baugrundeigenschaften hinzu. So ist bei jeder probabilis-

tischen Bemessung bei der Modellierung der Zufallsfelder zu prüfen, ob das mechanische Modell auf der Widerstandsseite durch einen gleitenden Mittelwert kontrolliert wird oder ob zeitliche und/oder räumliche Extremwerte den betrachteten Grenzzustand auslösen können. Setzungen und die Standsicherheit großflächiger Bruchkörper werden meist dann durch Mittelwerte kontrolliert, wenn sich die Böden mit der Annäherung an den Bruchzustand verfestigend verhalten. Erosionsphänomene, Auftriebseffekte, Verflüssigung bei dynamischer Einwirkung wie auch Bruchmechanismen mit geologisch vorgegebenen Gleitflächen in Böden mit einer residualen Restscherfestigkeit und einer variierenden Bruchdehnung werden durch räumlich begrenzte Extremwerte bestimmt und erfordern daher eine genauere Kenntnis der Datenstruktur. Die moderne Statistik und Fortschritte in der Rechentechnik bieten Methoden und Möglichkeiten, die Unsicherheit der Daten mit geostatistischen Verfahren transparenter zu machen. Klassische und neuere Methoden zur Analyse und Aufbereitung von räumlich korrelierten Baugrunddaten werden im Folgenden vorgestellt.

3 Modellierung räumlicher Variabilität mittels Zufallsfeldern

Die Kornzusammensetzung von Böden und damit die Bodenkenngrößen wie Steifigkeit, Scherfestigkeit, Porosität und Wasserdurchlässigkeit weisen je nach Genese oft signifikante räumliche Schwankungen auf. Um diese statistisch zu beschreiben, kann eine Autokorrelationsfunktion definiert werden. Generell wird diese Funktion unter Annahme von Isotropie und Homogenität als eindimensionale Funktion des *Euklidschen* Abstands zweier Punkte formuliert

$$\rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \rho(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) = \rho(\|\Delta\mathbf{x}\|). \quad (1)$$

Die gebräuchlichsten Funktionstypen verwenden dabei lineare oder exponentielle Ansätze

$$\rho_{\text{lin}}(\ell_H, \Delta\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 - \frac{|\Delta\mathbf{x}|}{\ell_H} & |\Delta\mathbf{x}| \leq \ell_H \\ 0 & |\Delta\mathbf{x}| > \ell_H \end{cases},$$

$$\rho_{\text{exp}}(\ell_H, \Delta\mathbf{x}) = \exp\left(-2 \frac{|\Delta\mathbf{x}|}{\ell_H}\right) \quad (2)$$

wobei die Korrelationslänge ℓ_H definiert ist durch [15]

$$\ell_H = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) d\tau = 2 \int_0^{\infty} \rho(\tau) d\tau. \quad (3)$$

In Bild 1 sind die beiden Funktionstypen dargestellt. Im Gegensatz zur angenommenen Isotropie weisen die Kenngrößen von Böden generell anisotrope Korrelationseigenschaften auf, welche durch unterschiedliche Korrelationslängen in den verschiedenen Richtungen berücksichtigt werden können.

Beschreibt man eine zufällige Materialkenngröße Y an der Position \mathbf{x} durch einen deterministischen Trend $T(\mathbf{x})$ und ein stationäres Zufallsfeld für die Residuen $\varepsilon_r(\mathbf{x})$, so erhält man

$$Y(\mathbf{x}) = T(\mathbf{x}) + \varepsilon_r(\mathbf{x}). \quad (4)$$

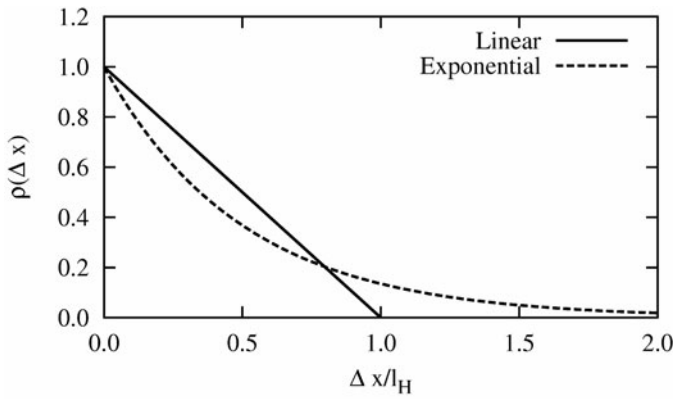


Bild 1. Autokorrelationsfunktionen mit verschiedenen Ansätzen

Fig. 1. Autocorrelation functions with different function types

Ein stationäres Zufallsfeld besitzt dabei die gleichen Autokorrelationseigenschaften an jeder Position

$$C(\Delta \mathbf{x}) = E[\varepsilon_r(\mathbf{x}_i)\varepsilon_r(\mathbf{x}_j)]. \quad (5)$$

Die Varianz der Residuen ist definiert durch

$$C(0) = E[\varepsilon_r^2(\mathbf{x}_i)] = \sigma_r^2. \quad (6)$$

4 Identifikation unter Annahme normalverteilter Daten

4.1 Momentenmethode

Unter Annahme eines normalverteilten Zufallsfelds mit konstantem Mittelwert

$$Y(\mathbf{x}) = \bar{Y} + \varepsilon_r(\mathbf{x}) \quad (7)$$

und korrelierten Residuen kann die Autokovarianzfunktion $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ für konstante Messpunktstände wie folgt abgeschätzt werden

$$\hat{C}(r) = \frac{1}{n - n_r} \sum_{i=1}^{n-n_r} (Y_i - \hat{Y})(Y_{i+n_r} - \hat{Y}), \quad (8)$$

wobei \hat{Y} den Schätzwert für den Mittelwert und n_r die Anzahl der Messpunktintervalle mit Abstand r darstellen. Unter der Annahme von vernachlässigbaren Messfehlern kann die Autokorrelationsfunktion direkt aus der Autokovarianzfunktion und der geschätzten Residuenvarianz abgeleitet werden:

$$\hat{R}(r) = \frac{1}{\hat{\sigma}_r^2} \hat{C}(r), \quad \hat{\sigma}_r^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2 \quad (9)$$

Infolge der kleineren Anzahl von Datenpaaren für größere Abstände r ist auch der zugehörige statistische Fehler in den geschätzten Kovarianzen größer. In Bild 2 sind die punktwisen Momentenschätzungen für einen Satz aus 100 synthetisch generierten Messungen eines normalverteilten Zufallsfelds dargestellt. Diese Momentenwerte können dann direkt benutzt werden, um eine entsprechende Korrelationsfunktion durch Kurvenanpassung einzubeschreiben. Zu diesem Zweck bieten sich gängige Optimierungsverfahren unter Minimierung der Fehlerquadrate an.

Als eine Alternative zur Schätzung der Autokorrelationsfunktion kann eine sogenannte Variogrammanalyse durchgeführt werden:

$$\hat{\gamma}(r) = \frac{1}{2(n - n_r)} \sum_{i=1}^{n-n_r} (Y_i - Y_{i+n_r})^2 \quad (10)$$

Für stationäre Mittelwerte und Autokovarianzfunktionen besteht ein direkter Zusammenhang zwischen Variogramm- und Autokovarianzfunktion:

$$\gamma(r) = C(0) - C(r) \quad (11)$$

In Bild 2 sind die geschätzten Korrelationswerte aus der Variogrammanalyse zusätzlich dargestellt. Da die Werte mit denen der Momentenmethode sehr gut übereinstimmen, wird im weiteren Vorgehen nunmehr die Momentenmethode angewandt.

Da die Messwerte durch deren Korrelation nicht unabhängig sind, sind Standardfehlerschätzer wie z. B. Bootstrapping [16] nicht zur Bewertung der Genauigkeit der ermittelten Parameter geeignet.

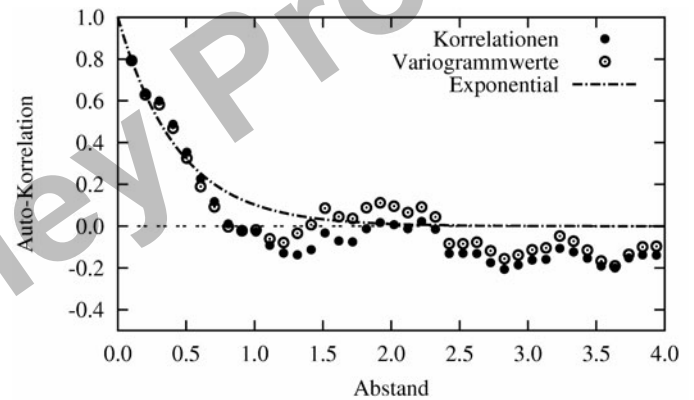


Bild 2. Korrelationskoeffizienten aus 100 äquidistanten Messungen unter Verwendung der Momenten- und Variogrammmethode und ermittelte Autokorrelationsfunktion
Fig. 2. Correlation coefficients from 100 equidistant measurements using moment and variogram approaches including the identified autocorrelation function

4.2 Maximum-Likelihood-Methode

Unter Annahme einer n -dimensionalen multivariaten Normalverteilung für die Messwerte Y_i mit dem Mittelwert \bar{Y} und der Kovarianzmatrix \mathbf{C}_{yy} lässt sich die sogenannte Log-Likelihood-Formulierung, wie in [8] vorgestellt, aufstellen

$$L(\boldsymbol{\varphi} | \mathbf{Y}) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |\mathbf{C}_{yy}| - \frac{1}{2} (\mathbf{Y} - \bar{Y})^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} (\mathbf{Y} - \bar{Y}), \quad (12)$$

wobei die unbekannt Parameter in einem Vektor $\boldsymbol{\varphi} = [\bar{Y}, \sigma_r, \ell_H^h, \ell_H^v]^T$ zusammengefasst sind. Die Einträge der Kovarianzmatrix lassen sich direkt aus der Kovarianzfunktion und den Messpunktpositionen bestimmen. Die Likelihood-Funktion wird nun in Abhängigkeit der unbekannt Parameter maximiert. Dies kann durch standard-

mäßige Optimierungsstrategien erfolgen. Die Genauigkeit der identifizierten Parameter kann analog zu [8] mit Hilfe der zweiten Ableitungen der Likelihood-Funktion geschätzt werden. Im Gegensatz zur Momentenmethode sind bei Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode keine konstanten Messpunktabstände erforderlich. Wie in [8] gezeigt, liefert die Methode auch sehr gute Ergebnisse bei stark unregelmäßigen Messpunktpositionen.

4.3 Berücksichtigung des Trends

Um einen Trend einer Materialkenngröße zu identifizieren, muss zunächst eine Annahme über dessen Ansatz gemacht werden. Dabei geht man für gewöhnlich von einer polynominalen Basis aus

$$Y(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + \varepsilon(\mathbf{x}), \tag{13}$$

wobei $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ den Basisvektor und $\boldsymbol{\beta}$ die Regressionskoeffizienten bezeichnen. Unter Annahme bekannter Korrelationen der Messpunkte können die Regressionskoeffizienten wie folgt geschätzt werden

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{P}^T \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{y}, \tag{14}$$

wobei die Matrix \mathbf{P} die Basisvektoreinträge der Messpunkte enthält und \mathbf{R}_{YY} die Korrelationsmatrix ist, welche über die Varianz der Residuen direkt mit der Kovarianzmatrix verknüpft $\mathbf{C}_{YY} = \sigma_r^2 \cdot \mathbf{R}_{YY}$. Allerdings ist die Korrelationsmatrix, welche aus den Messpunktpositionen und den Korrelationslängen berechnet werden kann, nicht von vornherein bekannt. Deshalb wird hier ein iteratives Vorgehen angewandt, bei dem eine initiale Schätzung der Korrelationslängen zu den Regressionskoeffizienten führt. Die Residuen der Regression werden dann wiederum benutzt, um die Korrelationslängen mittels der Momenten- oder Maximum-Likelihood-Methode zu schätzen. Eine andere Vorgehensweise wurde in [8] vorgestellt, bei der die Regressionskoeffizienten direkt in der Maximum-Likelihood-Formulierung integriert sind und zusammen mit den übrigen Parametern geschätzt werden. Die erweiterte Log-Likelihood-Funktion lautet dann:

$$L(\boldsymbol{\varphi}|\mathbf{Y}) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |\mathbf{C}_{YY}| - \frac{1}{2} (\mathbf{Y} - \mathbf{P}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{C}_{YY}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{P}\boldsymbol{\beta}) \tag{15}$$

Die Genauigkeit der identifizierten Parameter kann hierbei analog zur Vorgehensweise mit konstantem Mittelwert geschätzt werden.

5 Identifikation für nicht-normalverteilte Daten

Die Annahme normalverteilter Bodenkenngrößen ist generell nicht erfüllt. Baugrundparameter wie z. B. Festigkeiten und Elastizitätsmoduln sind in erster Näherung log-normal verteilt. In diesem Abschnitt wird die Identifikationsprozedur für nicht-normalverteilte Messungen erweitert. Unter genauer Kenntnis der zu erwartenden Verteilung könnte die Maximum-Likelihood-Formulierung direkt erweitert werden. Hier wird allerdings von einer unbekanntem Verteilung ausgegangen. Mit Hilfe einer Trans-

formation werden die Messwerte normalisiert, und die vorgestellte Formulierung für normalverteilte Daten kann angewendet werden.

5.1 Box-Cox-Transformation

Die *Box-Cox*-Transformation [17] ist eine sehr flexible Transformationsmethode, welche hauptsächlich in Regressionsanalysen angewendet wird. Unter Einführung eines zunächst unbekanntem Transformationsparameters λ wird die Transformation der Messwerte wie folgt durchgeführt

$$\tilde{Y}(\lambda) = \begin{cases} \frac{Y^\lambda - 1}{\lambda \cdot \bar{Y}_{\text{geo}}^{\lambda-1}} & \lambda \neq 0 \\ \bar{Y}_{\text{geo}} \ln Y & \lambda = 0 \end{cases}; \quad \bar{Y}_{\text{geo}} = \left(\prod_{i=1}^n Y_i \right)^{\frac{1}{n}}, \tag{16}$$

wobei \bar{Y}_{geo} den geometrischen Mittelwert der Messwerte darstellt. In Bild 3 sind mehrere Transformationsfunktionen in Abhängigkeit von λ dargestellt. Der Parameter λ wird nun so bestimmt, dass die transformierten Messwerte am besten einer Normalverteilung entsprechen. Als Kriterium wird dafür der *Kolmogorow-Smirnow*-Test verwendet.

Auf Basis der nun annähernd normalverteilten transformierten Messwerte können die in Abschn. 4 vorgestellten Verfahren angewendet werden, um die statistischen Parameter zu schätzen. Unter Annahme eines konstanten Mittelwertes werden dabei der Mittelwert und die Varianz direkt aus den originalen Messwerten geschätzt und die *Box-Cox*-transformierten Werte standardisiert und nur noch die Korrelationslänge mit der Maximum-Likelihood-Formulierung ermittelt. Die daraus resultierende Korrelationsfunktion sowie die Korrelationsmatrix der Messpunkte $\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$ sind allerdings nur für die normalverteilten Messwerte gültig. Die Korrelationskoeffizienten der Originalverteilung können unter Annahme einer bestimmten Verteilungsfunktion, z. B. mittels *Nataf*-Transformation [18], ermittelt werden. Allerdings sind die Unterschiede zwischen originalen und transformierten Korrelationskoeffizienten bei Variationskoeffizienten unter Eins relativ gering, so dass die ermittelte Korrelationsfunktion auch für die Originalverteilung angenommen werden kann. Die Genauigkeit der identifizierten Parameter wird ebenfalls

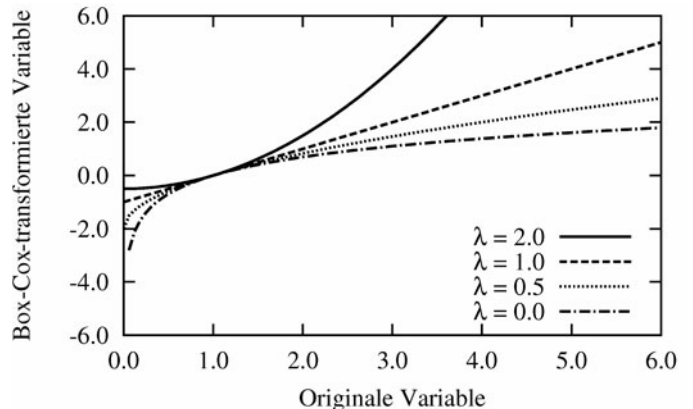


Bild 3. Box-Cox-Transformation für verschiedene Transformationsparameter

Fig. 3. Box-Cox transformation for different transformation parameters

unter Annahme einer Normalverteilung annähernd geschätzt, da durch die *Box-Cox*-Transformation eine direkte Ableitung der Maximum-Likelihood-Formulierung nicht mehr möglich ist.

5.2 Berücksichtigung des Trends

Analog zu Abschn. 4.3 wird ein Regressionsmodell verwendet, um einen bestimmten Trend von den Residuen zu trennen. Allerdings werden bei der linearen Regression normalverteilte Residuen angenommen. Jedoch sind Messungen mit normalverteilten Residuen mit einem Trend im Mittelwert nicht zwangsläufig auch normalverteilt. Deshalb wäre eine Transformation der nicht-normalverteilten Messwerte vor der Regressionsanalyse nicht sinnvoll. Als einzige sinnvolle Möglichkeit erscheint hier wiederum eine iterative Regression, bei der eine initiale Korrelationsmatrix angenommen wird, die Residuen mittels *Box-Cox*-Transformation in annähernd normalverteilte Werte transformiert werden und am Ende eines Iterationsschritts die Korrelationslängen mittels Maximum-Likelihood-Methode geschätzt werden. Die aktualisierte Korrelationsmatrix wird nun als Eingangsgröße für den nächsten Iterationsschritt verwendet. Die Annahme normalverteilter Residuen innerhalb der Regressionsanalyse ist jedoch nicht mehr erfüllt, allerdings wird in [19] darauf hingewiesen, dass diese Voraussetzung nicht im strengen Sinne erfüllt sein muss. Eine Abschätzung der Genauigkeit der Parameter erfolgt hier analog zu Abschn. 4.3 unter Annahme normalverteilter Messwerte.

6 Anwendungsbeispiele

6.1 Fasanenhoftunnel Stuttgart

In diesem Beispiel lagen 50 äquidistante Messungen aus hydraulischen Druckversuchen entlang des Fasanenhoftunnels in Stuttgart vor. Diese Druckversuche wurden in einem Abstand von 2,5 m in Bohrlöchern parallel zur Tunnelsohle durchgeführt. In Bild 4 ist der Querschnitt des Tunnelprofils dargestellt. Weitere Details über die Versuchsdurchführung sind in [20] aufgeführt. Auf Basis der ermittelten Elastizitätsmoduln wurden hier die statistischen Eigenschaften inklusive der horizontalen Korrelationslänge ermittelt.

In Bild 5 sind die Messwerte zusammen mit den ermittelten konstanten Mittelwerten sowie einem linearen

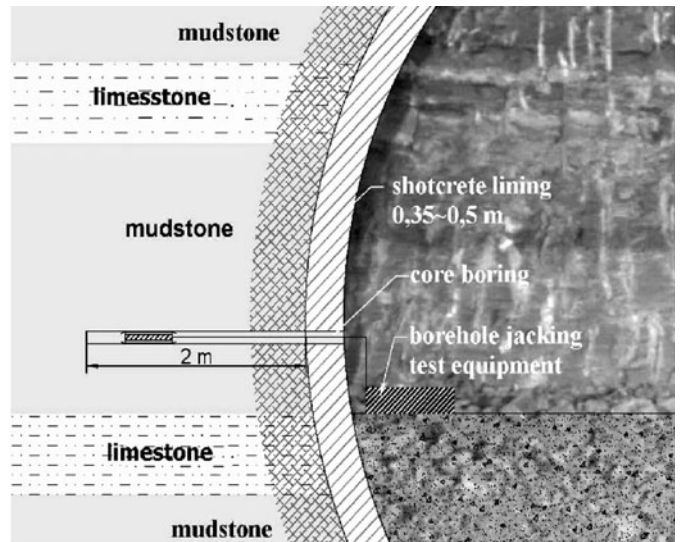


Bild 4. Versuchsschema der Messungen im Fasanenhoftunnel Stuttgart

Fig. 4. Measurement scheme at the Fasanenhof tunnel Stuttgart

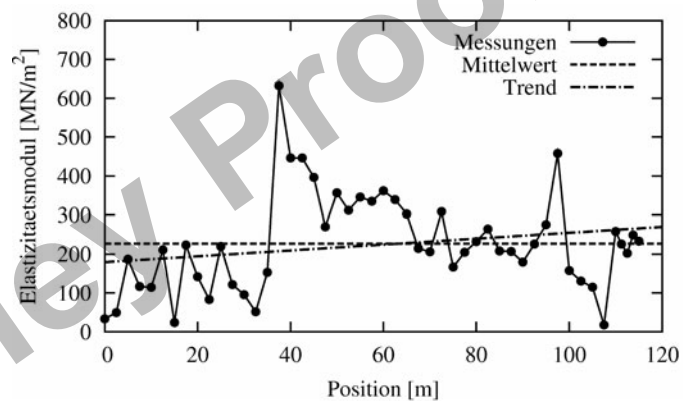


Bild 5. Messwerte des Elastizitätsmoduls im Fasanenhoftunnel Stuttgart mit ermitteltem Mittelwert und linearer Trendfunktion

Fig. 5. Measurement values of the Young's modulus at the Fasanenhof tunnel Stuttgart including the calculated mean value and trend function

Trend dargestellt. Dabei wurde die in Abschn. 5.2 vorgestellte Vorgehensweise mit der Momenten- und Maximum-Likelihood-Methode angewendet. In Bild 6 sind die ermittelten abstandsabhängigen Korrelationskoeffizienten mit

Tabelle 1. Ermittelte statistische Kenngrößen für die Verteilung des Elastizitätsmoduls im Fasanenhoftunnel
Table 1. Identified stochastic parameters of the Young's modulus distribution at the Fasanenhof tunnel

	Box-Cox-Transformation unter Berücksichtigung eines linearen Trends				
	β_0 [MN/m ²]	β_1 [MN/m ³]	σ_r [MN/m ²]	ℓ_H aus Maximum Likelihood [m]	ℓ_H aus Momentenmethode [m]
Parameterwert	179.42	0.76	123.57	7.29	8.21
Geschätzter Fehler	58.60	0.87	16.36	2.63	
	Box-Cox-Transformation ohne Trend				
	\bar{Y} [MN/m ²]	σ_r [MN/m ²]	ℓ_H aus Maximum Likelihood [m]	ℓ_H aus Momentenmethode [m]	
Parameterwert	226.91	125.04	7.63	8.38	
Geschätzter Fehler	31.69	16.83	2.76		

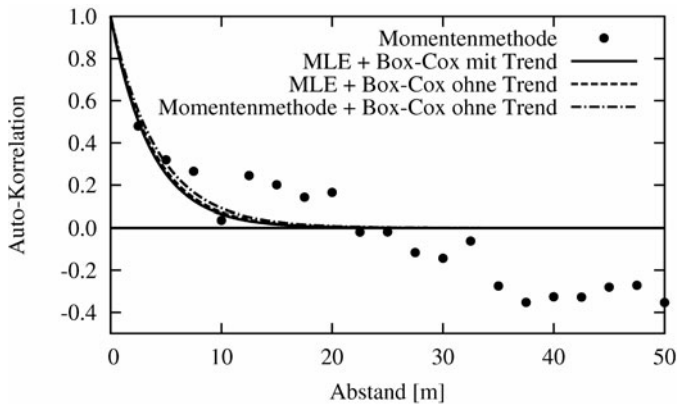


Bild 6. Ermittelte abstandsabhängige Korrelationskoeffizienten und identifizierte Autokorrelationsfunktionen im Fasanenhoftunnel

Fig. 6. Calculated correlation coefficients and identified autocorrelation function at the Fasanenhoftunnel

den zugehörigen Autokorrelationsfunktionen dargestellt. Dabei ist eine sehr gute Übereinstimmung der ermittelten Funktionsverläufe erkennbar. Dies wird auch in den in Tabelle 1 aufgeführten statistischen Kennzahlen deutlich.

Betrachtet man die Histogramme der originalen sowie der transformierten Messwerte, welche in Bild 7 dargestellt sind, so wird ersichtlich, dass einerseits die Messungen weder einer Normal- noch einer Lognormalverteilung in guter Näherung entsprechen. Andererseits weisen die Box-Cox-transformierten Werte unter Berücksichtigung eines linearen Trends die beste Übereinstimmung mit einer Normalverteilung auf. Die logarithmierten Werte

sind nicht normalverteilt, wodurch eine lognormale Maximum-Likelihood-Formulierung nicht angewendet werden kann. Dies zeigt die robuste Anwendbarkeit der vorgestellten Transformationsmethode. Die Unsicherheiten der identifizierten Parameter belaufen sich bei Mittelwert und Standardabweichung auf etwa 10 % und bei der Korrelationslänge auf etwa 30 % der identifizierten Werte.

6.2 Baugrunduntersuchungen entlang der Sheikh Zayed Road in Dubai

In diesem Beispiel wurden Messdaten, welche in [21] zusammengetragen bzw. ermittelt wurden, ausgewertet. Dabei standen Messwerte verschiedener Kenngrößen zur Verfügung. Hier wird die Datenanalyse exemplarisch auf die einaxiale Druckfestigkeit beschränkt, da von dieser Kenngröße der größte Stichprobenumfang vorlag (198 Messungen in unterschiedlicher Tiefe in 31 Bohrlöchern). Die in [21] vorgenommene Aufteilung der verschiedenen Bodenschichten in Homogenbereiche wurde übernommen, so dass die Messwerte nur aus einer Bodenschicht stammen. Die Bohrlochdaten sind innerhalb von Baugrunduntersuchungen an vier Baustellen entlang der Sheikh Zayed Road in Dubai entstanden. In Bild 8 sind ein Lageplan sowie die räumliche Anordnung der Messpunkte dargestellt. Für die Ermittlung der Korrelationseigenschaften wurde ein möglicher Trend nur in Tiefenrichtung angesetzt und von verschiedenen Korrelationslängen in horizontaler und vertikaler Richtung ausgegangen. Da die Messpunkte infolge der historischen Entwicklung äußerst unregelmäßig angeordnet sind, wurde in diesem Beispiel nur die Maximum-

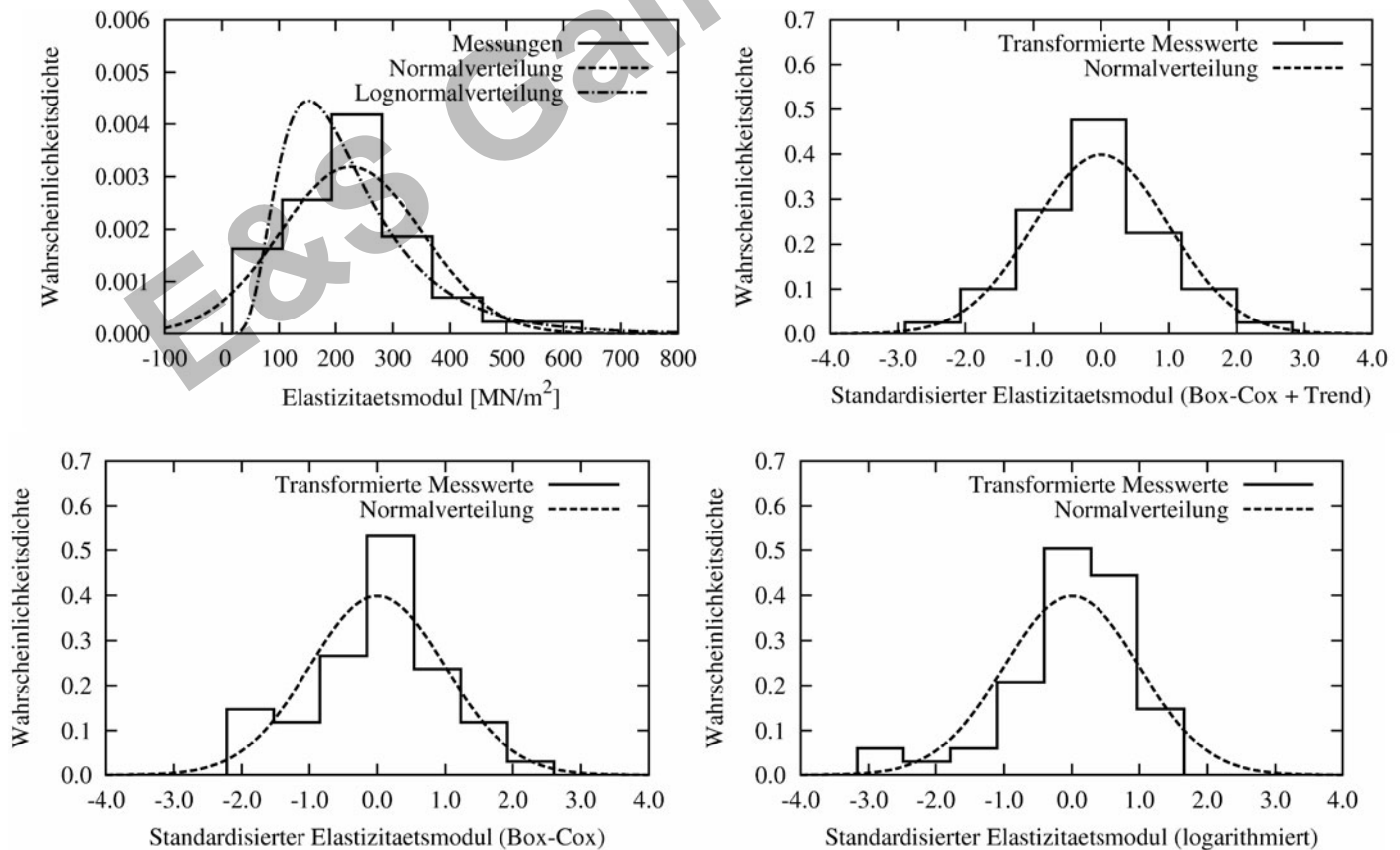


Bild 7. Histogramme der originalen und transformierten Messdaten vom Fasanenhoftunnel

Fig. 7. Histograms of original and transformed measurements at the Fasanenhoftunnel



Bild 8. Lageplan und Messpunktpositionen der einaxialen Druckfestigkeit entlang der Sheikh Zayed Road in Dubai

Fig. 8. Site plan and measurement position of the uniaxial compressive strength at the Sheikh Zayed Road in Dubai

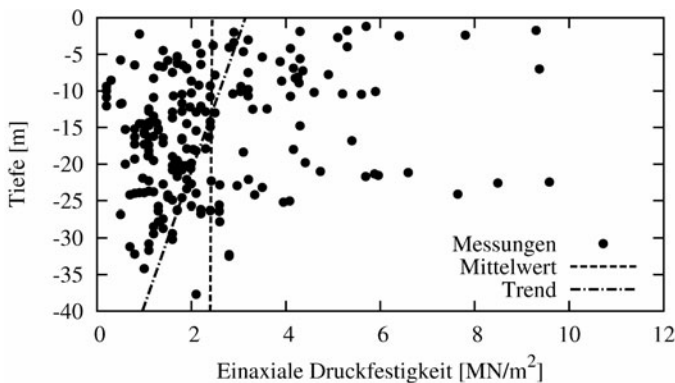
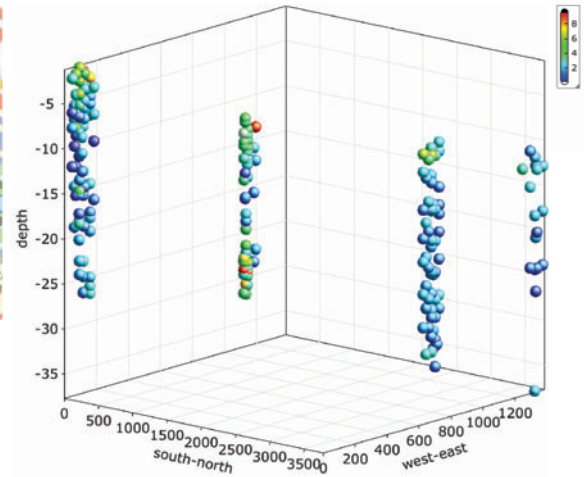


Bild 9. Messwerte der einaxialen Druckfestigkeit entlang der Sheikh Zayed Road in Abhängigkeit der Probestiefe
Fig. 9. Measurement values of the uniaxial compressive strength at the Sheikh Zayed Road dependent on the specimen depth

Likelihood-Methode angewendet, wobei die anscheinend nicht normalverteilten Daten mittels *Box-Cox*-Transformation in Kombination mit der vorgestellten iterativen linearen Regression in standardisierte Messwerte überführt wurden.

In Bild 9 sind die Messwerte in Abhängigkeit ihrer Tiefe, der ermittelte Mittelwert sowie ein linearer Trend dargestellt. Dabei ist auffällig, dass einige wenige Werte sehr hohe Festigkeiten aufzeigen. In den durchgeführten Untersuchungen wurden deshalb Werte mit einer Druckfestigkeit oberhalb von 7 MN/m^2 als Ausreißer behandelt. In Tabelle 2 sind die identifizierten Parameter unter Berücksichtigung sowie unter Vernachlässigung dieser Ausreißer aufgeführt. Die ermittelten Werte weisen sehr große Unterschiede in Abhängigkeit der grundlegenden Annahmen auf. Analog zu der Ausreißerproblematik verhalten sich die Unterschiede bezüglich der Berücksichtigung ei-

Tabelle 2. Ermittelte statistische Kenngrößen für die Verteilung der einaxialen Druckfestigkeit entlang der Sheikh Zayed Road in Dubai

Table 2. Identified stochastic parameters of the uniaxial compressive strength distribution at the Sheikh Zayed Road in Dubai

Box-Cox-Transformation mit Trend					
	β_0 [MN/m^2]	β_1 [MN/m^3]	σ_r [MN/m^2]	ℓ_H^V [m]	ℓ_H^h [m]
Parameterwert	3.14	0.05	1.73	1.33	141.99
Geschätzter Fehler	0.47	0.02	0.11	0.32	37.62
Box-Cox-Transformation ohne Trend					
	\bar{Y} [MN/m^2]		σ_r [MN/m^2]	ℓ_H^V [m]	ℓ_H^h [m]
Parameterwert	2.44		1.78	1.67	127.80
Geschätzter Fehler	0.22		0.12	0.41	32.37
Box-Cox-Transformation mit Trend, ohne Ausreißer					
	β_0 [MN/m^2]	β_1 [MN/m^3]	σ_r [MN/m^2]	ℓ_H^V [m]	ℓ_H^h [m]
Parameterwert	2.82	0.04	1.36	2.04	126.26
Geschätzter Fehler	0.41	0.02	0.09	0.49	31.90
Box-Cox-Transformation ohne Trend, ohne Ausreißer					
	\bar{Y} [MN/m^2]		σ_r [MN/m^2]	ℓ_H^V [m]	ℓ_H^h [m]
Parameterwert	2.25		1.41	3.39	137.35
Geschätzter Fehler	0.23		0.11	0.81	34.15
			σ_r [MN/m^2]	ℓ_H^V [m]	ℓ_H^h [m]
Mittlerer Wert			1.57	2.11	133.35
Standardabweichung			0.22	0.91	7.57
Mittlerer Fehler			0.11	0.51	34.01

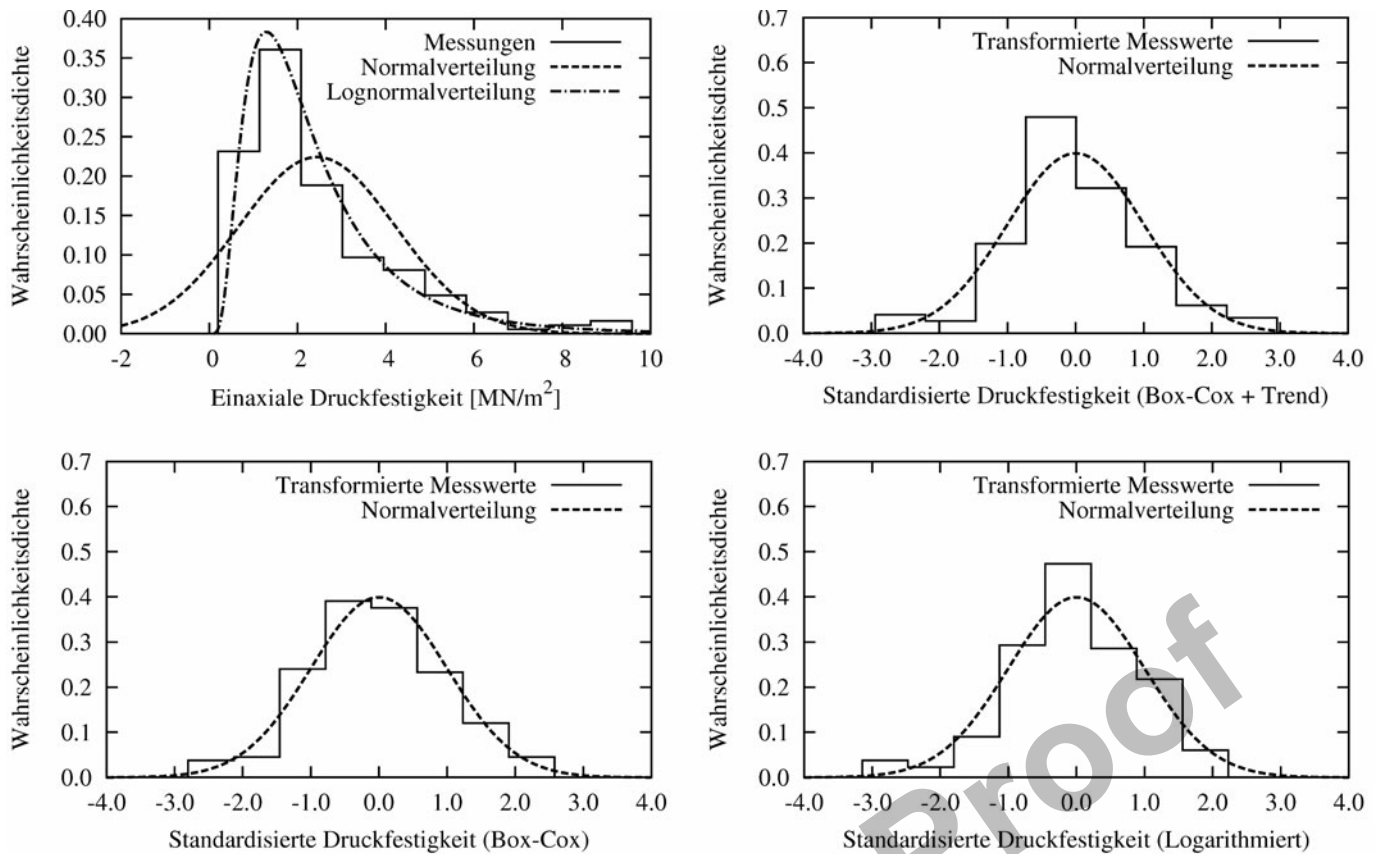


Bild 10. Histogramme der originalen und transformierten Messdaten von der Sheikh Zayed Road
 Fig. 10. Histograms of original and transformed measurements at the Sheikh Zayed Road

nes vertikalen Trends. Der in Bild 9 dargestellte Trend lässt sich visuell aufgrund der hohen Variation der Messwerte kaum nachvollziehen. Somit kann aus den Ergebnissen nicht eindeutig geschlossen werden, welche Annahme gerechtfertigt ist. Von daher ist es nach Meinung der Autoren sinnvoll, mittlere Werte für die Korrelationslängen sowie deren Genauigkeit aus den verschiedenen Ergebnissen zu ermitteln. Diese sind ebenfalls in Tabelle 2 aufgeführt.

Anhand der Histogramme der Messwerte in Bild 10 lässt sich erkennen, dass die *Box-Cox*-transformierten Werte ohne Trend am ehesten einer Normalverteilung entsprechen. Die Annahme einer Lognormalverteilung scheint auch in diesem Beispiel nicht gerechtfertigt.

7 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

In der vorliegenden Studie wurden existierende Verfahren zur Identifikation räumlich korrelierter Materialeigenschaften für nicht-normalverteilte Messdaten erweitert. Die dabei verwendete *Box-Cox*-Transformation ermöglicht eine flexible Anwendung für verschiedenste Verteilungstypen. Um Mittelwertrends zu berücksichtigen, wurde eine lineare Regression integriert, wobei die notwendigen Korrelationseigenschaften iterativ ermittelt wurden. In diesem algorithmischen Rahmen kann sowohl die Momentenmethode als auch die Maximum-Likelihood-Methode angewendet werden. Zusätzlich zur eigentlichen Identifikation der Bodenkenngrößen wurde die Genauigkeit der ermittelten Parameter geschätzt. Allerdings zeigte sich beim zweiten Anwendungsbeispiel, dass die geschätzten Fehler statistischer Unsicherheiten die Schwankungen

der ermittelten Parameter infolge unterschiedlicher Annahme bezüglich eines Trends sowie der Behandlung von Ausreißern nur unzureichend quantifizieren können. Aus diesem Grund empfehlen die Autoren die Identifikation auf Basis verschiedener Annahmen und eine Abschätzung der Genauigkeit mittels der gewonnenen Ergebnisse.

Dank

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgesellschaft für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des Graduiertenkollegs 1462 sowie Dr.-Ing. *Thomas Wolff* für die Bereitstellung der Messdaten.

Literatur

- [1] *Phoon, K.-K.*: Reliability-based design in geotechnical engineering. Taylor & Francis, London and New York, 2008.
- [2] *Alber, D.*: Ein stochastisches Bodenmodell für geotechnische Aufgaben. Dissertation, Technische Universität München ((wann?))
- [3] *Peschl, G., Schweiger, H.*: Reliability analysis in geotechnics with finite elements-comparison of probabilistic, stochastic and fuzzy set methods. Proc. ISIPTA03, 2003.
- [4] *Katzenbach, H., Moormann, C.*: Überlegungen zu stochastischen Methoden in der Bodenmechanik am Beispiel des Frankfurter Tons. Heft 16 der Gruppe Geotechnik Graz, Technische Universität Graz, 2003.
- [5] *Russelli, C.*: Probabilistic methods applied to the bearing capacity problem. Dissertation, Universität Stuttgart, 2008.
- [6] *Fenton, G., Griffiths, D.*: Bearing capacity prediction of spatially random c-phi soils. Canadian Geotechnical Journal, 40, pp. 54–65, 2003.

- [7] *Fenton, G., Griffiths, D., Zhang, X.*: Load and resistance factor design of shallow foundations against bearing failure. *Canadian Geotechnical Journal*, 45, pp. 1556–1571, 2008.
- [8] *DeGroot, D. J., Baecher, G. B.*: Estimating autocovariance of in-situ soil properties. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 119, pp. 147–166, 1993.
- [9] *Most, T., Knabe, T.*: Reliability analysis of the bearing failure problem considering uncertain stochastic parameters. *Computers and Geotechnics*, 37, pp. 299–310, 2010.
- [10] DIN 1054:2005-01 Baugrund – Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau.
- [11] DIN EN 1997-1: 2009-09 Eurocode 7: Entwurf, Berechnung und Bemessung in der Geotechnik – Teil 1: Allgemeine Regeln.
- [12] DIN EN 1997-2: 2007-10 Eurocode 7: Entwurf, Berechnung und Bemessung in der Geotechnik – Teil 2: Erkundung und Untersuchung des Baugrunds.
- [13] DIN 4020: 2003-09 Geotechnische Untersuchungen für bautechnische Zwecke.
- [14] *Bauduin, C.*: Ermittlung charakteristischer Werte. In *Smolczyk, U.* (Hrsg.) *Grundbau-Taschenbuch Teil 1*, 6. Aufl. Berlin: Ernst & Sohn 2001, S. 17–47.
- [15] *VanMarcke, E. H.*: *Random Fields – Analysis and Synthesis*. Cambridge: MIT-Press 1983.
- [16] *Efron, B.*: Bootstrap methods. Another look at the Jackknife. *The Annals of Statistics*, 7, pp. 1–26, 1979.
- [17] *Box, G. E. P., Cox, D. R.*: An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 26, pp. 211–252, 1964.
- [18] *Nataf, A.*: Détermination des distributions de probabilités dont les marges sont données. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 225, pp. 42–43, 1962.
- [19] *Beck, J. V., Arnold, K. J.*: *Parameter estimation in engineering and science*. New York: John Wiley & Sons 1977.
- [20] *Huber, M., Moellmann, A., Bárdossy, A., Vermeer, P. A.*: Contributions to probabilistic soil modelling. Proc. 7th Intern. Probabilistic Workshop, Delft, The Netherlands, November 25–26. 2009.
- [21] *Wolff, T.*: Ein methodischer Bemessungsansatz zur Abschätzung des Tragverhaltens von Pfahlgründungen in weichem kalkigem Sedimentgestein. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar, 2009.

Autoren dieses Beitrages:

Dr.-Ing. Thomas Most, Bauhaus-Universität Weimar, Graduiertenkolleg 1462, Berkaer Straße 9, 99423 Weimar
 Prof. Dr.-Ing. Karl Josef Witt, Bauhaus-Universität Weimar, Professur Grundbau, Coudraystraße 11c, 99423 Weimar
 Dipl.-Ing. Dipl.-Ing. Maximilian Huber, Universität Stuttgart, Institut für Geotechnik, Pfaffenwaldring 35, 70569 Stuttgart

E&S Galley Proof