

Parameteridentifikation von Tonsteinformationen in Untertagelaboratorien

Roger Schlegel, Petr Vymlatil, Johannes Will^{1*} Michael Jobmann, Mirko Polster, Michael Breustedt²

> ¹ Dynardo – Dynamic Software and Engineering GmbH, Weimar ² DBE TECHNOLOGY GmbH. Peine

Zusammenfassung

Auf der Suche nach geeigneten Endlagerstätten für gefährliche Abfälle werden in Untertagelaboratorien Erhitzerversuche zur Erforschung thermisch-hydraulischmechanischer Wechselwirkungen durchgeführt. In diesen Versuchen werden die Veränderungen zeitlichen der Temperatur-, Porenwasserdruckund Spannungsfelder infolge des Eintrags von Wärmeenergie gemessen. Die DBE TECHNOLOGIE GmbH entwickelt in Zusammenarbeit mit der DYNARDO GmbH Simulationsmodelle mit denen diese Wechselwirkungen im Tonstein nachvollzogen werden können. Ein wichtiger Bestandteil dieser Entwicklung ist die Modellkalibrierung anhand von Messergebnissen. Der Erhitzerversuch wurde mittels thermisch-hydraulisch-mechanisch (T-H-M) gekoppelter, 3-dimensionaler Finite-Element Analyse (mit ANSYS[®] und multiPlas) simuliert. Dabei wurden spezielle Routinen zur Poroelastizitätstheorie, thermisch-hydraulischen Kopplung und hydraulisch-mechanischen Kopplung in isotropen oder anisotropen Tonsteinformationen entwickelt und in ANSYS implementiert. Für die Sensitivitätsanalyse und Parameteridentifikation wurde die Optimierungssoftware optiSLang[®] verwendet. Die Komplexität der thermisch-hydraulisch-mechanischen Phänomene bedingt eine Anzahl von ca. 30 Modellparametern. Entscheidend für den erfolgreichen Abgleich von Messung und Simulation dieser komplexen die optiSLang[®] Aufgabenstellung waren einerseits in verfügbaren leistungsfähigen Algorithmen und Filterstrategien zur Beherrschung großer Parameterräume und andererseits die mit ANSYS® und multiPlas erreichten kurzen Rechenzeiten.

Keywords: Endlager, Tonstein, Thermisch-hydraulisch-mechanische Kopplung, Parameteridentifikation

Kontakt: Parameteridentifikation Endlager, Dr.-Ing. Roger Schlegel, Dynardo GmbH, 99423 Weimar, Steubenstraße 25, Roger.Schlegel@dynardo.de

1 Zielstellung

Das Ziel der rechnerischen Analysen war die thermisch-hydraulisch-mechanisch (T-H-M) gekoppelte Nachrechnung eines Erhitzerversuchs mit Hilfe eines 3dimensionalen Simulationsmodells. Es sollte gezeigt werden, dass die T-H-M Wechselwirkungen im Tonstein mit ausreichender Genauigkeit nachvollzogen und die Simulationsergebnisse mit den verfügbaren Messergebnissen abgeglichen werden können. Mit Hilfe einer Sensitivitätsanalyse sollten die wesentlichen Abhängigkeiten zwischen den Mess- bzw. Ergebnisgrößen und den Input-Parametern identifiziert werden.

2 Finite-Element Simulation des Erhitzerversuchs im Untertagelaboratorium

Der Erhitzerversuch wurde mittels 3-dimensionaler Finite-Element Analyse (mit ANSYS[®] und multiPlas) simuliert. Der Ausgangszustand, d.h. die in-situ Spannungs-, Temperatur- und Porendruckzustände wurden mittels initialer Materialkennwerte und Randbedingungen aktiviert. Das Auffahren des Tunnels wurde durch Deaktivierung der entsprechenden Elementbereiche simuliert. Dabei wurden die Permeabilitätserhöhungen in der Auflockerungszone berücksichtigt. Anschließend erfolgte eine nichtlineare T-H-M gekoppelte Finite-Element Analyse der einzelnen Heizphasen des Erhitzerversuchs. In Abbildung 1 ist ein Ausschnitt des FE-Modells dargestellt.



Abbildung 1: FE-Netz der Struktur, Detailausschnitt

Der Erhitzerversuch wurde in drei Heizphasen bei entsprechender Steigerung der Heizleistung der drei Erhitzer durchgeführt. Abbildung 2 zeigt das Regime der drei Heizphasen.



Abbildung 2: Heizphasen der Erhitzer (Andra, 2005)

3 Modellierungsstrategie zur Beschreibung des Tonsteinsverhaltens

Für die kontinuumsmechanische Modellierung des Tonsteins (Callovo-Oxfordian) wurde ein anisotropes Materialmodell mit der in multiPlas für ANSYS[®] verfügbaren Kopplung aus isotropen Mohr-Coulomb-Modell (Gesteinsmatrix) und anisotropen Mohr-Coulomb-Modell (bedding plane) verwendet. Das Materialmodell berücksichtigt unterschiedliches Verhalten des Tonsteins im Vorund Nachbruchbereich. Mit Hilfe von optiSLang[®] wurde das FE-Modell parametrisiert.

4 T-H-M gekoppelte Berechnung des Erhitzerversuchs

Die Simulation des Bauablaufs (Tunnelvortriebs) erfolgte in der mechanischen Analyse durch Deaktivierung und Aktivierung der entsprechenden Elementbereiche. Nach der Deaktivierung der Tonsteinelemente im betrachteten Ausbruchabschnitt wurden einem in weiteren Schritt die Tunnelwandungselemente mit den Kennwerten des Spritzbetons aktiviert. Die Elemente in den Luft- und Erhitzer-Bereichen blieben deaktiviert. Die Ausbruchabschnitte wurden dem FE-Netz angepasst. Bei den thermischen und hvdraulischen Analysen wurde der Bauablauf analog berücksichtigt. Anstelle der Aktivierung und Deaktivierung wurden die Materialeigenschaften der entsprechenden Elemente von Tonstein zu Luft und danach von Luft zu Spritzbeton oder Erhitzer verändert.

Für die thermisch-hydraulisch-mechanische Simulation wurden nichtlineare Wechselwirkungen zwischen anisotropen thermischen, mechanischen und hydraulischen Materialeigenschaften durch folgende Kopplungsbeziehungen berücksichtigt:

- T-H Kopplung: die Aktualisierung der Porenwasserdrücke infolge von Temperaturänderungen sowie die Temperaturabhängigkeit der hydraulischen Leitfähigkeit,
- T-M Kopplung: die Beeinflussung des mechanischen Spannungs- und Verformungszustands durch thermische Dehnungen,
- H-M Kopplung: die Aktualisierung der effektiven Spannungen infolge von Porenwasserdruckänderungen und
- M-H Kopplung: die Abhängigkeit der hydraulischen Leitfähigkeit vom Spannungszustand und vom Vektor der plastischen Dehnungen sowie die Aktualisierung der Porenwasserdrücke infolge von Spannungsänderungen

Die Änderung des Porenwasserdrucks *P* ergibt sich infolge der Änderungen des Fluidvolumens ζ , der volumetrischen Dehnung ε_{ν} und der Temperatur *T* nach folgender konstitutiver Gleichung

$$\frac{1}{M}\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \alpha \frac{\partial \varepsilon_{\nu}}{\partial t} + \beta \frac{\partial T}{\partial t}$$
(1)

Dabei wird der undrainierte, thermische Koeffizient wird definiert als

$$\beta = 3[\alpha_s(\alpha - n) + \alpha_{f,fact}\alpha_f n]$$
⁽²⁾

| mit | α_S | thermischer Ausdehnungskoeffizient der |
|-----|-------------------|-----------------------------------------------|
| | | Matrix des Tonsteins [1/K] |
| | α_{f} | temperaturabhängiger, volumetrischer Aus- |
| | | dehnungskoeffizient des Porenfluides [1 / K], |
| | $\alpha_{f,fact}$ | Skalierungsfaktor des α_f [-] |
| | n | Porosität [-] |

Die hydraulische Leitfähigkeit des Tonsteins (Callovo-Oxfordian) wird in Abhängigkeit der Temperatur und des Spannungs-Dehnungszustands formuliert. Der Durchlässigkeitsbeiwert wird definiert als

$$K_{i} = \frac{k_{i} \times \rho_{f} \times g}{\mu_{w}(T)} \qquad f \ddot{u}r \, i=x, \, y, \, z$$
(3)

mit k_i Permeabilität $\mu_w(T)$ temperaturabhängige, dynamische Viskosität des Wassers

Die Permeabilität ist abhängig vom Spannungszustand σ und dem Vektor der plastischen Dehnungen ε^{pl} . Es gilt folgende Gleichung

$$k_i = k_{\sigma,i} + k_{\varepsilon,i}$$
 für i=x, y, z (4)

Die Funktion für Permeabilität in den horizontalen Richtungen *x*, *y* (parallel zur bedding plane) $k_{\sigma,p} = k_{\sigma,x} = k_{\sigma,x}$ wird nach Herleitung in Millard (2005) definiert als

$$k_{\sigma,x} = k_{\sigma,y} = k_{\sigma,p} = k_{0,p} \times \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_0}\right)^{n_p}$$
(5)

mit σ_z Spannung normal zur bedding plane $\sigma_0 = 1$ MPa $k_{0,p}, n_p$ Parameter.

Die Funktion für Permeabilität in vertikaler Richtung *z* (normal zur bedding plane) $k_{\sigma,n} = k_{\sigma,z}$ wird nach Herleitung in Millard (2005) definiert als

$$k_{\sigma,z} = k_{\sigma,n} = k_{0,n} \times \left(\frac{\sigma_{m,h}}{\sigma_0}\right)^{m_n}$$
(6)

mit $\sigma_{m,h} = (\sigma_x + \sigma_y) / 2$ $k_{0,n}, n_n$ Parameter.

Die Funktion $k_{c,i}$ wird für Richtungen i = x, y, z definiert als

$$k_{\varepsilon,x} = k_{\varepsilon} \times (\varepsilon_{y}^{+} + \varepsilon_{z}^{+}) \qquad \qquad k_{\varepsilon,x} \le k_{\varepsilon,\max}$$
(7)

$$k_{\varepsilon,y} = k_{\varepsilon} \times (\varepsilon_x^+ + \varepsilon_z^+) \qquad \qquad k_{\varepsilon,y} \le k_{\varepsilon,\max}$$
(8)

$$k_{\varepsilon,z} = k_{\varepsilon} \times (\varepsilon_x^+ + \varepsilon_y^+) \qquad \qquad k_{\varepsilon,z} \le k_{\varepsilon,\max}$$
(9)

mit
$$\varepsilon_i^+ = \varepsilon_i^{pl}$$
 für $\varepsilon_i^{pl} \ge 0$ und $\varepsilon_i^+ = 0$ für $\varepsilon_i^{pl} < 0$

5 Sensitivitätsanalyse

In der Sensitivitätsanalyse wurden die Materialparameter (incl. der Parameter der Kopplungsbeziehungen) innerhalb physikalisch möglicher Parametergrenzen variiert. Dabei sollte untersucht werden, welche der Materialparameter für einen Abgleich mit den Versuchsergebnissen einen relevanten, physikalisch nachvollziehbaren Zusammenhang haben. Für die Untersuchungen standen Temperatur- und Porenwasserdruckmessungen an insgesamt 17 Messpunkten zur Verfügung. Aufgrund der vielen Unsicherheiten des Tunnelauffahrens und Einbringens der Messgeräte wurde Modellkalibrierung die und Parameteridentifikation auf den Erhitzerversuch selbst beschränkt. Dabei wurden nicht die totalen Porenwasserdrücke sondern die Differenzdrücke und Gradienten infolge des Heizens bezogen auf den Beginn der Heizphasen berücksichtigt (s. Abbildung 3).

Für die Bewertung der Sensitivitäten der relativen Porenwasserdrücke wurden diskrete Werte zu bestimmten Zeitpunkten verwendet. Durch die Auswahl dieser Antwortgrößen wurden Aussagen zur Sensitivität jeweils zu Beginn und zum Ende der jeweiligen Heizphasen sowie zum Zeitpunkt des Erreichens des maximalen Porenwasserdrucks möglich. Wichtige Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse resultieren aus den CoP-Werten (Prognosemaße), welche die Signifikanz der Inputparameter aufzeigen. Für die Bestimmung der CoP-Werte werden in optiSLang MoP (Metamodelle of best prognosis) berechnet, welche die Variation der Antwortgrößen aus der Variation der Inputgrößen best möglich erklären. Unwichtige Inputparameter werden dabei automatisch herausgefiltert. Diese Strategie ermöglicht optiSLang, mit einer minimalen Anzahl von Designs auch in großen Parameterräumen effizient die signifikanten Inputparameter zu bestimmen. Dabei werden auch nichtlineare Korrelationen erkannt.



Abbildung 3: Relative Porenwasserdrücke zur Parameteridentifikation

In Abbildung 4 bis Abbildung 6 sind exemplarisch für den Messpunkt 1251 die CoP-Werte der Inputwerte für die relativen Porenwasserdrücke zu den Zeitpunkten t=0 (Beginn des Erhitzerversuchs), t=20 Tage (Erreichen des maximalen Porenwasserdrucks) und t=121 Tage (Ende der Heizphase 1) dargestellt.



Abbildung 4: CoP des relativen Porenwasserdrucks zum Zeitpunkt t=0, Messpunkt 1251



Abbildung 5: CoP des relativen Porenwasserdrucks zum Zeitpunkt t=20 Tage, Messpunkt 1251



Abbildung 6: CoP des relativen Porenwasserdrucks zum Zeitpunkt t=121 Tage, Messpunkt 1251

In Auswertung der CoP-Werte an allen Messpunkten, kann festgestellt werden, dass zum Zeitpunkt t=0 (vor Heizbeginn) vor allem die Inputgrößen:

- Perm_N_p, Perm_K_0_p Konstanten der Permeabilitätsfunktion der H-M Kopplung,
- cg und phig Festigkeitskennwerte des Tonsteins sowie
- M Biotmodul und

während der Heizphasen des Erhitzerversuchs vor allem die Inputgrößen

- Alpha_f_fact Faktor der temperaturabhängigen volumetrischen Ausdehnung des Porenfluids (T-H Kopplung),
- n Porosität (T-H Kopplung),
- Perm_N_p, Perm_K_0_p, Perm_N_n, Perm_K_0_n Konstanten der Permeabilitätsfunktionen der H-M Kopplung,
- cg und phig Festigkeitskennwerte des Tonsteins und
- M Biotmodul

die Porenwasserdrücke beeinflussen. Dabei ist erkennbar. dass der Porenwasserdruckanstieg am Beginn jeder Heizphase insbesondere durch die Größen Alpha f fact und n (also Größen der T-H-Kopplung) beeinflusst wird. Der anschließende Abfall der Porenwasserdruckwerte zeigt dagegen signifikante Korrelationen zu den Festigkeitskennwerten des Tonsteins (cg und Phig). Dies ist Indiz dafür, dass die Porenwasserdruckabfälle insbesondere durch ein Spannungsumlagerungen, Permeabilitätsänderungen und Drainagewirkungen hervorgerufen werden.

Die hohen Gesamt-CoP-Werte der einzelnen Antwortgrößen von > 85% unterstreichen die hohe Erklärbarkeit der wesentlichen physikalischen Phänomene durch die identifizierten Zusammenhänge.

Durch den Vergleich der Streubereiche der berechneten Größen mit den Zeitverläufen der Messergebnisse (s. Abbildung 7) konnten darüber hinaus Aussagen zur Modellqualität und zur Abgleichbarkeit des numerischen Modells mit den Versuchsergebnissen getroffen werden. Umschließt der Streubereich des Simulationsmodells den gemessenen Verlauf, dann ist ein erfolgreicher Abgleich innerhalb der gewählten Parametergrenzen möglich. Abbildung 7 zeigt, dass das ab dem Beginn des Erhitzerversuchs (t=0) gegeben ist.



Abbildung 7: Porenwasserdruck am Messpunkt 1253, Streubereich des Simulationsmodells

6 Parameteridentifikation

Im Rahmen der Parameteridentifikation wurde ein Set von Inputparametern, welches die Zeitverläufe der gemessenen und berechneten Temperaturen und Porenwasserdrücke sehr gut abgleicht, ermittelt. Parameter, die in der Sensitivitätsanalyse keinen Einfluss auf die Antwortgrößen zeigten, wurden nicht in die Parameteridentifikation einbezogen. Sie wurden mit ihren Referenzwerten berücksichtigt. Das Set der Materialparameter ist in Tabelle 1 zusammengestellt. Da mit längerer Versuchsdauer die Auswirkungen anfänglicher Störeinflüsse (z.B. aus Tunnelauffahrung und Einbringung der Erhitzerelemente) auf die Messwerte abnehmen, steigt mit jeder Heizphase die Prognosequalität. Deshalb wurden in der Zielfunktion für die einzelnen Heizphasen unterschiedliche Wichtungsfaktoren (0.6 für Heizphase 1, 0.8 für Heizphase 2 und 1.0 für Heizphase 3 gewählt. Für den Abgleich zwischen Messung und Simulation wurden als Antwortgrößen neben den diskreten Werten der Sensitivitätsanalyse (s. Abbildung 3) auch die Integraldifferenzen zwischen den gemessenen und berechneten Verläufen berücksichtigt. Für die Optimierung wurde die in optiSLang verfügbare adaptive response surface Methode verwendet.

| Materialparameter | Wert | | |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------|--|
| | | | |
| Dichte | ρ (kg.m ⁻³) | 2333 | |
| Wärmeleitfähigkeit parallel z. bedding plane | $\lambda_p (W.m^{-1}.K^{-1})$ | 2,02 | |
| Wärmeleitfähigkeit normal z. bedding plane | $\lambda_n (W.m^{-1}.K^{-1})$ | 1,37 | |
| Spezifische Wärmekapazität | pezifische Wärmekapazität $c (J.kg^{-1}.K^{-1})$ | | |
| | | | |
| | $k_{0,p} (\mathrm{m}^2)$ | 5,87E-19 | |
| | <i>n</i> _p (-) | 1,07871 | |
| Konstanten für Permeahilitätsfunktion | $k_{0,n} (\mathrm{m}^2)$ | 1,50E-20 | |
| Konstanten für Fernicabilitätsfunktion | <i>n</i> _n (-) | 0,15363 | |
| | $k_{\varepsilon} (\mathrm{m}^2)$ | 9,92E-15 | |
| | $k_{\varepsilon,max} (\mathrm{m}^2)$ | 1,18E-16 | |
| Faktor des thermischen Ausdehnungs- koeffizienten (Porenfluid) | $\alpha_{f,factor}$ (-) | 0,344 | |
| Porosität | n (-) | 0,1646 | |
| Biot-Modul | <i>M</i> (Pa) | 3,9E+09 | |
| Biot-Konstante | α(-) | 0,65 | |
| | | | |
| | E _p (Pa) | 8.230E+09 | |
| | E _n (Pa) | 5.731E+09 | |
| Elastizitätskennwerte (transversal isotrop) | v _p (-) | 0.3 | |
| | v _{np} (-) | 0.3 | |
| | G _{np} (Pa) | 2.70E+09 | |
| Reibungswinkel (Gesteinsmatrix) | $\varphi_g\left(\circ\right)$ | 28,79 | |
| Dilatanzwinkel (Gesteinsmatrix) | ψ_g (°) | 28,79 | |
| Kohäsion (Gesteinsmatrix) | $c_g(Pa)$ | 3,794E+06 | |
| Restfestigkeitswerte als Koeffizienten bezogen | $\varphi_{gr,fact}\left(- ight)$ | 0,84 | |
| zu resugkeitswerten (Gesteinsmatrix) | $c_{gr,fact}(-)$ | 0,444 | |
| Zugfestigkeit (Gesteinsmatrix) | $\sigma_{tg}(Pa)$ | 1,30E+06 | |
| Reibungswinkel (bedding plane) | $\varphi_{I}(^{\circ})$ | 23,54 | |
| Kohäsion (bedding plane) | $c_1(Pa)$ | 1,50E+06 | |
| Zugfestigkeit (bedding plane) | $\sigma_{tl}(Pa)$ | 0,50E+06 | |

Tabelle 1 Set der Materialparameter Tonstein

Der Vergleich der gemessenen und berechneten Zeitsignale der Temperaturen und relativen Porenwasserdrücke (s. Abbildung 8) verdeutlicht, dass mit der hier verwendeten Modellbildung die im Erhitzerversuch zu beobachtenden physikalischen Phänomene (thermohydraulische und thermomechanische bzw. thermoplastische Effekte) sehr plausibel simuliert werden konnten und ein sehr guter Abgleich für Temperaturen und Porenwasserdrücke gefunden werden konnte.



Abbildung 8: Vergleich Messung vs. Simulation am Messpunkt 1252 nach der Parameteridentifikation. Oben: Temperaturverlauf, Mitte: totaler Porenwasserdruck, Unten: relativer Porenwasserdruck der drei Heizphasen

7 Schlussfolgerungen

Basierend auf ANSYS und multiPlas wurde ein effizienter THM-Simulator entwickelt. Der Simulator berechnet ein Design vollständig von der Tunnelauffahrung bis zum Ende der dritten Heizphase in nur 32 Stunden auf einer gewöhnlichen PC-Workstation mit 2 CPU.

Die in optiSLang[®] verfügbaren leistungsfähigen Algorithmen und Filterstrategien zur Beherrschung großer Parameterräume (advanced Latin Hypercube Sampling, Metamodell and Coefficient of best Prognosis) ermöglichten die effiziente Bestimmung signifikanter Inputparameter und die Erklärung der wichtigsten physikalischen Phänomene. Die Sensitivitätsanalyse verdeutlicht sehr plausibel, dass die Porenwasserdrücke vor Beginn der Heizphase zum Zeitpunkt t=0:

- durch hydraulisch-mechanische Effekte, d.h. Permeabilitätsänderungen infolge der Spannungsumlagerungen und plastischen Dehnungen in den Auflockerungszonen der Tunnelauffahrung und Erhitzerbohrungen sowie
- durch Änderungen der volumetrischen Dehnungen und
- durch den Biotmodul

maßgeblich beeinflusst werden.

Nach Beginn und während des Verlaufs des Erhitzerversuchs, werden die Porenwasserdruckänderungen signifikant durch:

- die thermisch-hydraulische Kopplung (stärkster Einfluss) und
- die mechanisch-hydraulische Kopplung, d.h. Permeabilitätsänderungen infolge von Spannungsumlagerungen, Festigkeitskennwerte des Tonsteins und volumetrischer Dehnungsänderungen

beeinflusst.

Mit Hilfe leistungsfähiger Optimierungsalgorithmen in optiSLang konnten die wichtigen Parameter für T-H-M gekoppelte Simulationen in Tonstein (Callovo-Oxfordian) erfolgreich identifiziert werden. Der sehr gute Abgleich zwischen gemessenen und berechneten Differenzdrücken verdeutlicht, dass sowohl der infolge des jeweiligen Beginns der Heizphasen ansteigende Gradient der Porenwasserdrücke als auch der danach abfallende Gradient der Porenwasserdrücke nachvollzogen werden konnte. Das belegt, dass das verwendete Simulationsmodell durch die eingeführten T-H-M Kopplungen die wichtigen thermohydraulischen Effekte (Anstieg des Porenwasserdrucks infolge Temperaturerhöhung) thermomechanischen und Effekte (Abfall des Porenwasserdrucks infolge von Spannungsänderungen, Drainagewirkungen und plastischen Aktivitäten und damit einhergehenden Änderungen der Durchlässigkeiten) beschreiben kann.

Es ist geplant, den entwickelten T-H-M Simulator auch künftig für Prognoseberechnungen oder weitere Identifikationen auf dem Gebiet der Endlagerforschung einzusetzen.

8 Referenzen/Literaturangaben

- ANDRA: Andra research on the geological disposal of high-level long-lived radioactive waste Dossier 2005 Results and perspectives, ANDRA, Châtenay-Malabry, France.
- GENS, A.; VAUNAT, J.; GARITTE, B.; WILEVEAU, Y.: In situ behaviour of a stiff layered clay subject to thermal loading: observations and interpretation. (2007) Geotechnique 57, No. 2, 207-228
- MILLARD, A. ET AL: Numerical study of the THM effects on the near-field safety of a hypothetical nuclear waste repository – BMT1 of the DECOVALEX III pro-ject. Part 2: Effects of THM coupling in continuous and homogeneous rocks. Int. J. of Rock Mech. & Min. Sci 42 (2005), 731-744
- MULTIPLAS elastoplastic material models for ANSYS, version 6.0. DYNARDO GmbH, Weimar, 2010, www.dynardo.de, multiPlas user's manual
- NARASIMHAN, T.N.: Coupled equations for transient water flow, heat flow, and deformation in hydrogeological systems" J. Earth Syst. Sci 115, No. 2, April 2006, pp. 219-228
- OPTISLANG the optimizing Structural Language version 3.1.4, DYNARDO GmbH, Weimar, 2010, www.dynardo.de
- WITTKE, W.: Felsmechanik, Grundlagen für wirtschaftliches Bauen im Fels. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo (1984)